

∞ 主題 1 多項式的基本概念 ∞

*1. 已知 $f(x) = a(x-1)(x-2) + b(x-2)(x-3) + c(x-1)(x-3)$, $g(x) = x^2 + 3$ 且 $f(x) = g(x)$, 求 a, b, c 之值。

2. $f(x) = a(x^2 - x) + b(2x + 1) + c$, $g(x) = 3x^2 - x + 2$, 若 $f(x) = g(x)$, 則 $a + b + c =$ _____。

3. 下列哪些是 x 的多項式？請選出來：

(1) $\sqrt{x^2 + 3x + 9}$

(2) $\frac{1}{x-7}$

(3) $|x^2 - 2x - 4|$

(4) $\pi x^2 - \sqrt{3}x + 9$

(5) $x^3 - 2x^{\frac{3}{2}} + 3x - 6$ 。

4. 設 $24x^3 = (3x+1)(ax^2 + bx + c) + d$, 求常數 a, b, c, d 之值。

5. [96 指考乙]

設 r, s 為整數，已知整係數多項式 $x^3 + rx + s$ 的因式分解是 $x^3 + rx + s = (x + a)^2(x + b)$ ，其中 a, b 為相異實數，求證 a, b 都是有理數。

6. 設 $f(x)$ 為二次多項式，已知 $(1 - 4x)\{f(x) + x(f(x))^2\} = 1 + x^3g(x)$ ，求 $f(x)$ 。

*7. 已知兩多項式 $P(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5 + 7x^6 + 8x^7 + 9x^8 + 10x^9 + 11x^{10}$ ，
 $Q(x) = 1 + 3x^2 + 5x^4 + 7x^6 + 9x^8 + 11x^{10}$ 。

則 $P(x)$ 與 $Q(x)$ 的乘積中， x^9 的係數為_____。

*8. 設 $(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+9)(x+10) = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_1x + a_0$ ，求 a_9 及 a_{10} 。

9. 設 $(x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)\cdots(10x-1) = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \cdots + a_1x + a_0$ ，求 a_1 與 a_{10} 。

簡 答

- | | | | |
|---------------------|---------------------|--------|--|
| 1. $a=6, b=2, c=-7$ | 2. 5 | 3. (4) | 4. $(a, b, c, d) = (8, \frac{-8}{3}, \frac{8}{9}, \frac{-8}{9})$ |
| 5. 見詳解 | 6. $10x^2 + 3x + 1$ | 7. 110 | 8. 55, 1 |
| 9. -55, 3628800 | | | |