

主題 5 綜合除法與多項式變形

*1. 設 a, b, c, d, e 為常數，且

$$x^4 + 8x^3 - 25x^2 + 30x - 8 = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e,$$

求 a, b, c, d, e 之值。

*2. 多項式 $x^3 - 8x^2 + 20x - 17 = a(x-1)(x-2)(x-3) + b(x-1)(x-2) + c(x-1) + d$ ，求 a, b, c, d 之值。

3. 試求 $54(0.33)^3 - 99(0.33)^2 + 66(0.33) - 20$ 的近似值到小數第四位。

*4. 設 $f(x) = x^5 + x^4 - 10x^3 - 10x^2 + x + 5$ ，試求 $f(1+\sqrt{2})$ 之函數值。

5. 設 $f(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 + x + 6$ ，試回答下問題：

(1) 將 $f(x)$ 表成 $x-2$ 的多項式。

(2) 求 $f(2+\sqrt{3})$ 。

(3) 求 $f(1.999)$ 的近似值。(取到小數第三位)。

6. 以 $a+b\sqrt{2}$ 的形式化簡 $4(\frac{3+\sqrt{2}}{2})^4 - 12(\frac{3+\sqrt{2}}{2})^3 + 3(\frac{3+\sqrt{2}}{2})^2 + 14(\frac{3+\sqrt{2}}{2}) - 8$ 。其中 a, b 為有理數。

7. 已知 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 10x + 1$ ，若 $g(x+2) = f(x-1)$ ，則 $g(x)$ 為_____。

*8. 已知 $(3x+1)^5 - 12(3x+1)^4 - 10(3x+1)^3 - 42(3x+1)^2 + 40(3x+1) + 5$
 $= a(x-3)^5 + b(x-3)^4 + c(x-3)^3 + d(x-3)^2 + e(x-3) + f$,

求 $a+b+c+d+e+f$ 之值。

9. 已知 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 且 $f(7) = 43490$, 若 $f(x)$ 的係數都是 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 之間的整數, 求 $f(x)$ 。

*10. 已知 $f(x-1) = x^3 + 6x^2 - x + 3$, 求 $f(x)$ 。

11. 設 $f(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 3x - 7$, 試估計 $f(3.002)$ 並正確到小數點後第三位。

12. 設 a, b, c, d 為常數，且 $x^3 + 2x - 2 = ax(x+1)(x-2) + b(x+1)(x-2) + c(x-2) + d$ ，則下列何者正確？請選出來：

- (A) $a=1$ (B) $b=2$ (C) $c=5$ (D) $d=11$ (E) $a+b+c+d=20$ 。

13. $f(x) = 2x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 3x - 4$ ，則 $f(\sqrt[3]{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

簡 答

1. $(a, b, c, d, e) = (1, 16, 47, 58, 32)$

2. $(a, b, c, d) = (1, -2, 3, -4)$

3. -7.0605

4. $-36 - 28\sqrt{2}$

5. (1) $(x-2)^5 + 8(x-2)^4 + 21(x-2)^3 + 21(x-2)^2 + 9(x-2) + 12$ (2) $147 + 81\sqrt{3}$ (3) 11.991

6. $2 + \sqrt{2}$

7. $x^3 - 11x^2 + 49x - 74$

8. 18

9. $f(x) = 2x^5 + 4x^4 + 5x^2 + 3x + 6$

10. $f(x) = x^3 + 9x^2 + 14x + 9$

11. 2.271

12. (A)(C)

13. -1