

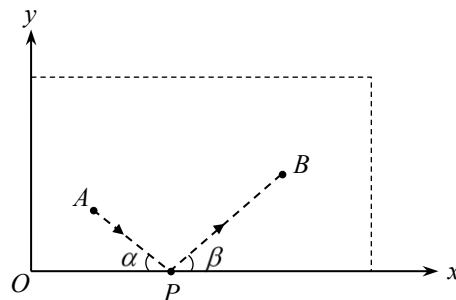
∞ 主題 8 直線的極值問題 ∞

1. 設 L 之方程式 $5x+7y+3=0$ ，將直線 L 向左平移 3 單位，向上平移 2 單位得 L' ，則 L' 之方程式為_____。

- *2. 將直線 $L:x+2y-5=0$ 往下平移 4 單位，和將直線 $L:x+2y-5=0$ 往左平移 a 單位會得同一直線，則 a 的值為_____。

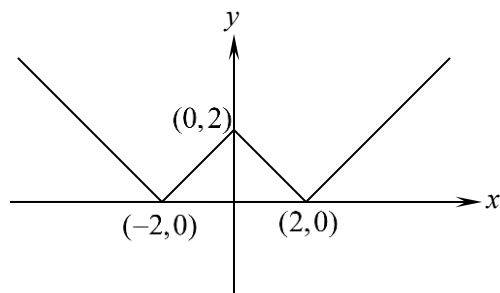
- *3. 阿三哥玩撞球，以球檯兩鄰邊為坐標軸，如右圖，球從 $A(2,3)$ 點打出去，碰上檯邊 P 點，再折向撞擊 B 球， B 球的位置是 $B(10,5)$ ，試求：

- (1) P 點位置。
(2) 該球所行的距離 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 。



4. P 在 $y=2x-1$ 上， $A(-1,3)$ ， $B(4,2)$ ， $C(0,-2)$ ，求 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 的最小值及此時的 P 。

5. 已知 $y = ||x| - 2|$ 的圖形如右。有一直線 $L: x - 2y + k = 0$ 與右圖恰有四交點，則此時 k 的範圍為_____。

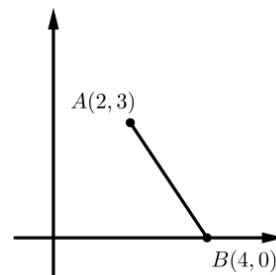


6. 某公園為了讓民眾體驗自然之美，將仿效溪頭建設空中步道，今天考慮在園區 $A(0, 0)$, $B(2, 1)$, $C(3, 4)$, $D(-1, 7)$ 四個景點之間設置步道，方法是選定一點 Q ，建構 $\overline{QA}$, $\overline{QB}$, $\overline{QC}$, $\overline{QD}$ 四條直線步道，需要求步道總長最短，使能符合對環境最低傷害與較低的建造經費完成，則工程師必須將 Q 點設置在_____。

- *7. 平面上有一圓 C ，圓心為 $(12, 5)$ ，半徑為 1，及一直線 $L: \sqrt{3}x - y = 0$ 。在圓 C 、直線 L 、 x 軸上分別取 P 、 Q 、 R 三點並使三角形 PQR 周長為最小。問此最小周長為何？

8. 設 x 為實數，則 $f(x) = \sqrt{(x-4)^2 + 25} + \sqrt{(x+4)^2 + 1}$ 之最小值為_____。

*9. 如右圖，坐標平面上兩點 $A(2, 3)$, $B(4, 0)$ 和直線 $L: x - 2y + k = 0$ ，若 $\overline{AB}$ 與 L 相交，求 k 的範圍。



10. 已知函數 $f(x) = \sqrt{(x-4)^2 + x^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (x-1)^2}$ ，則 $f(x)$ 的最小值為_____。

11. 設 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(1, 1)$, $B(2, 9)$, $C(3, 5)$ ，且點 P 與 $\triangle ABC$ 共平面，若 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 之值為最小，則 P 之坐標為_____，此時 P 為 $\triangle ABC$ 的_____。

*12. 設平面上有不共線三點 $A(4,4)$, $B(3,1)$, $C(-2,1)$ 。若直線 $L: y = mx - m + 7$ 及與 $\triangle ABC$ 有兩個交點，則 m 值範圍為_____。

13. 設 $f(x, y) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-3)^2}$ ，則有 $f(x, y)$ 的最小值時的數對 $(x, y) =$ _____。

簡 答

1. $5x + 7y + 4 = 0$

2. 8

3. (1) $P(5, 0)$ (2) $8\sqrt{2}$

4. 28

5. $2 < k < 4$

6. $(\frac{3}{2}, 2)$

7. $12\sqrt{3}$

8. 10

9. $-4 \leq k \leq 4$

10. $\sqrt{13}$

11. $(2, 5)$ ，重心

12. $m < -1$ 或 $m > 2$

13. $(\frac{5}{3}, \frac{11}{3})$