

主題 19 絕對值不等式〔數位延伸閱讀〕

1. 不等式 $x^2 - x + 9 > 6|x - \frac{1}{2}|$ 的解為 _____。



1.【答】： $x < -3$ 或 $-2 < x < 3$ 或 $x > 4$

$$\begin{aligned} \text{【解】} : 1^\circ \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - x + 9 > 6(x - \frac{1}{2}) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 7x + 12 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x > 4 \text{ 或 } x < 3 \end{cases} \\ &\Rightarrow x > 4 \text{ 或 } \frac{1}{2} \leq x < 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^\circ \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x^2 - x + 9 > 6(\frac{1}{2} - x) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x^2 + 5x + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > -2 \text{ 或 } x < -3 \end{cases} \\ &\Rightarrow -2 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x < -3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 由 $1^\circ, 2^\circ$ 討論可得 $x > 4$ 或 $-2 < x < 3$ 或 $x < -3$

綜合練習

1. 設 $a > 0$ ，二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 滿足 $f(3-x) = f(3+x)$ 。

令 $P = f(0)$ ， $Q = f(\sqrt{50})$ ， $R = f(-\pi)$ ，則 P 、 Q 、 R 三數的大小關係是下列哪個選項？

- (A) $P > Q > R$ (B) $Q > R > P$ (C) $Q > P > R$
(D) $R > Q > P$ (E) 無法確定

2. 已知 x 為實數，試求

- (1) $|x-2| + |x+3|$ 的最小值。
(2) 函數 $f(x) = |x^2 + x + 1| + |x-2| + |x+3|$ 的最小值。

3. 設 a, b, c 皆為實數且滿足 $|a+1| + 2(b+2)^2 + 3(c^2 + 2c + 2) = 3$ ，若

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸的交點坐標為 _____。

1.【答】:(D)

【解】: $f(3-x) = f(3+x) \Rightarrow$ 對稱軸: $x=3$ 又 $a>0$ (開口朝上)

故 x 離 3 越遠, 數值越大 $\Rightarrow R>Q>P$

2.【答】:(1) 5 (2) $\frac{23}{4}$

【解】:(1) 折點: $-3, 2$, 由中位數法則可知當 $-3 \leq x \leq 2$ 時
有最小值 5

(2) $x \geq 2$ 時, $f(x) = x^2 + 3x + 2 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow$ 有最小值 $f(2) = 12$

$-3 \leq x < 2$ 時, $f(x) = x^2 + x + 6 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{23}{4} \Rightarrow$ 有最小值 $f(-\frac{1}{2}) = \frac{23}{4}$

$x < -3$ 時, $f(x) = x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow$ 有最小值 $f(-3) = 12$

由以上可知 $\Rightarrow \min = \frac{23}{4}$

3.【答】:(-1, 0)

【解】: $\because 3(c^2 + 2c + 2) = 3[(c+1)^2 + 1] \geq 3$

$$\therefore \text{唯一解} : \begin{cases} a+1=0 \\ b+2=0 \\ c^2+2c+2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x - 1 = -(x+1)^2$$

$\Rightarrow f(x)$ 與 x 軸交 $(-1, 0)$

4. 若 $f(x)$ 為 n 次多項式， $n \geq 3$ ，且滿足 $f(0) = 1, f(1) = 5, f(2) = 7, f(3) = 15$ ，求 $f(x^2 + 2)$ 偶次項係數和 = _____。

5. 若 x 為實數，則 $f(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x - 1) - 2x^2 - 4x + 5$ 的最小值為 _____。

6. 已知 $f(x) = x^2 + 6x + 13$ ，則 $f(x^2 + 2x + 3)$ 在 $-2 \leq x \leq 2$ 時的最大值為 M ，最小值為 m ，求數對 (M, m) 為 _____。

4.【答】:15

$$\text{【解】: 所求} = \frac{f(1^2 + 2) + f((-1)^2 + 2)}{2} = f(3) = 15$$

5.【答】:2

$$\text{【解】: 令 } t = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \geq -1$$

$$\text{則 } f(x) = (t+3)(t-1) - 2t + 5 = t^2 + 2 \quad (t \geq -1)$$

$\therefore$ 最小值為 2

6.【答】:(200,29)

$$\text{【解】: } 1^\circ \text{ 令 } x^2 + 2x + 3 = t = (x+1)^2 + 2$$

當 $x = -1$, t 有最小值為 2

當 $x = 2$, t 有最大值為 11

$$2^\circ f(x) = x^2 + 6x + 13 = (x+3)^2 + 4 \Rightarrow f(t) = (t+3)^2 + 4, 2 \leq t \leq 11$$

$\therefore$ 當 $t = 11$ 時, 有最大值為 200

當 $t = 2$ 時, 有最小值為 29

7. 已知方程式 $\frac{x}{x-3} + \frac{x-3}{x} = \frac{a-3x}{x^2-3x}$ 恰有一實根，則滿足條件的實數 a 的值 _____ 個。

8. k 為實數，函數 $y = (k+4)x^2 + (k+1)x + 1$ 的圖形恰通過三個象限，求 k 的範圍？

9. 設 k 為實數，若對任意的實數 x 而言， $y = -2x^2 - 8x + k$ 圖形永遠在直線 $y = -4x + 5$ 的下方且不相交，則 k 可為下列哪些選項之值？

(A) -3.5

(B) 3

(C) π (圓周率)

(D) $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

(E) $\frac{1000000\sqrt{6} + 234567\sqrt{7}}{1234567}$

7.【答】:3

$$\begin{aligned}\text{【解】: } 1^\circ \quad x \neq 0 \text{ 或 } 3, \text{ 則同乘 } x^2 - 3x &\Rightarrow x^2 + (x-3)^2 = a - 3x \\ &\Rightarrow 2x^2 - 3x + (9-a) = 0\end{aligned}$$

$$\because \text{恰一實根 (重根)} \therefore D = 0 \Rightarrow a = \frac{63}{8}$$

$$2^\circ \quad x = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$3^\circ \quad x = 3 \Rightarrow a = 18$$

$\therefore$ 綜合以上，得 a 有 3 個

8.【答】: $-4 \leq k < -3$ 或 $k > 5$

【解】: 1° 二次函數圖形通過三個象限 $\Rightarrow$ 兩相異實根且兩根同號或一根為 0

$$\begin{aligned}\Rightarrow &\begin{cases} D = (k+1)^2 - 4(k+4) > 0 \\ \text{兩根積} = \frac{1}{k+4} \geq 0 \\ x^2 \text{ 項係數 } k+4 \neq 0 \end{cases} \\ \Rightarrow &\begin{cases} k > 5 \text{ 或 } k < -3 \\ k \geq -4 \\ k \neq -4 \end{cases} \Rightarrow -4 < k < -3 \text{ 或 } k > 5\end{aligned}$$

2° 討論 $k = -4 \Rightarrow y = -3x + 1$ 為不過原點之直線
也恰通過三個象限 $\Rightarrow k = -4$ (合)

$\therefore -4 \leq k < -3$ 或 $k > 5$

9.【答】: (A)(D)(E)

$$\begin{aligned}\text{【解】: } -2x^2 - 8x + k < -4x + 5 &\Rightarrow 2x^2 - 4x - (k-5) > 0 \quad \forall x \in R \text{ 恆成立} \Rightarrow D < 0 \\ &\Rightarrow k < 3\end{aligned}$$

$$(D) \quad \sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{17-2\sqrt{72}} = 3-2\sqrt{2} < 3$$

(E) $\sqrt{6}$ 至 $\sqrt{7}$ 之間 (內分點公式)

10. 若將二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形向下平移 1 單位後，發現其與 x 軸所截出之線段長變為原本的 2 倍，則 $f(x)$ 的圖形頂點之 y 坐標為

_____。

11. 若函數 $g(x) = x^3 + x^2 - |x - 1|$ 為函數 $f(x)$ 之圖形向左平移 2 單位，再向下平移 1 單位而得到的函數，求函數 $f(x) =$ _____。(不須展開)

12. n 次多項式 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ，
其中各項係數皆為正整數或 0，若 $f(0) = 2$ ， $f(1) = 7$ ， $f(7) = 3439$ ，
則試求出 $f(x)$ 。

10.【答】: $-\frac{1}{3}$

【解】: 令 $f(x)$ 與 x 軸所截線段為 ℓ , 移動後為 ℓ'

$$\Rightarrow \ell = \frac{2\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \ell' = \frac{2\sqrt{b^2 - 4a(c-1)}}{2a}$$

$$\ell' = 2\ell \Rightarrow \frac{\sqrt{b^2 - 4a(c-1)}}{a} = \frac{2\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac + 4a = 4(b^2 - 4ac)$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = \frac{4}{3}a$$

$$f(x) \text{ 頂點之 } y \text{ 座標} = \frac{4ac - b^2}{4a} \Rightarrow \frac{-\frac{4}{3}a}{4a} = -\frac{1}{3}$$

11.【答】: $(x-2)^3 + (x-2)^2 - |x-3| + 1$

$$\begin{aligned} \text{【解】: } g(x) \text{ 平移 } (2, 1) &\Rightarrow f(x) = (x-2)^3 + (x-2)^2 - |(x-2)-1| + 1 \\ &= (x-2)^3 + (x-2)^2 - |x-3| + 1 \end{aligned}$$

12.【答】: $x^4 + 3x^3 + x + 2$

【解】: $\because$ 多項式的係數均為正整數或 0, 且 $7^4 = 2401, 7^5 = 16807, f(7) = 3439$

$\therefore$ 多項式的最高次數為 4 次式

$$\text{令 } f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, a, b, c, d, e \in N \cup \{0\}$$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 7 \\ f(7) = 3439 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e = 2 \\ a + b + c + d + e = 7 \\ 2401a + 343b + 49c + 7d + e = 3439 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a, b, c, d, e) = (1, 3, 0, 1, 2)$$

$$\therefore f(x) = x^4 + 3x^3 + x + 2$$

13. 設 $f(x) = 1 \times \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} + 4 \times \frac{x(x-2)(x-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} + 9 \times \frac{x(x-1)(x-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} + 16 \times \frac{x(x-1)(x-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)}$, 則 $f(99) =$ _____

14. 設 a, b, c 為實數, $f(x) = ax^2 - 4x + 6$, $g(x) = 3x^2 + bx + c$, 若 $f(4) = g(4) - 8$, $f(6) = g(6) - 12$, $f(9) = g(9) - 18$, 則 $f(2014) - g(2014) =$ _____

15. 對於函數 $f(x)$, 若存在實數 x_0 , 使得 $f(x_0) = x_0$ 成立, 則稱 x_0 為函數 $f(x)$ 的固定點。例如: $f(x) = x^2 - 2x - 4$ 的固定點為 4 和 -1; 已知對於任意實數 b , 二次函數 $f(x) = ax^2 + (1+2b)x + (1-b)$ 恆有兩個相異固定點, 則實數 a 的範圍為 _____。

13.【答】：10000

【解】：觀察得 x^3 係數為 0

$$\Rightarrow \text{設 } f(x) = ax(x-1) + bx + c$$

以 (0,1)(1,4)(2,9)(3,16) 代入得

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$f(99) = 100^2 = 10000$$

14.【答】：-4028

【解】： $\because \deg f(x) = \deg g(x) = 2$

$\therefore$ 題幹的三個條件可保證 $f(x) = g(x) - 2x$

$$\Rightarrow f(2014) - g(2014) = -2 \times 2014 = -4028$$

15.【答】：-4 < a < 0

【解】：題意即 $ax^2 + (1+2b)x + (1-b) = x \Rightarrow ax^2 + 2bx + (1-b) = 0$

對任意實數 b 皆有兩相異解

$$\Rightarrow D = 4b^2 + 4ab - 4a > 0 \Rightarrow b^2 + ab - a > 0 \cdots (*)$$

(*) 式為 b 之二次式，若任意實數 b 代入皆成立

$$\Rightarrow (*) \text{ 式之 } D = a^2 + 4a < 0 \Rightarrow -4 < a < 0$$

16. 已知實係數二次多項式函數 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於 $(1, 0)$ 、 $(2, 0)$ 兩點；
實係數二次多項式函數 $y = g(x)$ 的圖形與 x 軸相交於 $(2, 0)$ 、 $(3, 0)$ 兩點。則
下列哪些選項可能為 $f(x) + g(x) > 0$ 的解

(1) $x > 3$ 或 $x < 1$

(2) x 為任意實數

(3) $x \neq 2$

(4) 無解

(5) $\frac{3}{2} < x < 2$

17. 設 a, b 為實數，已知 $x^2 - x - 1$ 整除 $ax^{17} + bx^{16} + 3$ ，則 $a =$ _____。

16.【答】：(3)(4)(5)

【解】：令 $f(x) = a(x-1)(x-2)$, $g(x) = b(x-2)(x-3)$, $a, b \neq 0$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = (x-2)[(a+b)x - a - 3b]$$

$$\text{若 } a+b=0 \Rightarrow f(x) + g(x) = a(x-2)$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) > 0 \text{ 的解為 } x > 2 \text{ 或 } x < 2$$

$$\text{若 } a+b \neq 0 \Rightarrow f(x) + g(x) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ or } \frac{a+3b}{a+b}$$

$$\text{當 } a+b > 0, \text{ 且 } \frac{a+3b}{a+b} = 2 \text{ 時, } f(x) + g(x) > 0 \text{ 的解為 } x \neq 2$$

$$\text{當 } a+b < 0, \text{ 且 } \frac{a+3b}{a+b} = \frac{3}{2} \text{ 時, } f(x) + g(x) > 0 \text{ 的解為 } \frac{3}{2} < x < 2$$

$$\text{當 } a+b < 0, \text{ 且 } \frac{a+3b}{a+b} = 2 \text{ 時, } f(x) + g(x) > 0 \text{ 無解}$$

故選(3)(4)(5)

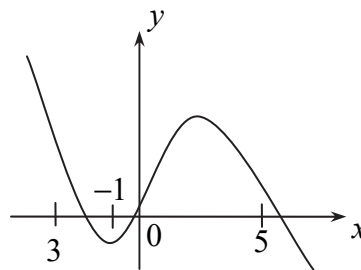
17.【答】：2961

【解】：由長除法或綜合除法可得 $ax^{17} + bx^{16} + 3$ 除以 $x^2 - x - 1$ 的餘式為 $(1597a + 987b)x + (2584a + 1597b + 3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1597a + 987b = 0 \\ 2584a + 1597b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2961, b = -4791$$

18. 已知三次實係數多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形如右圖，則下列哪些關係式正確？

- (A) $a - b + c - d < 0$
- (B) $a > 0$
- (C) $b > 0$
- (D) $c > 0$
- (E) $d > 0$



19. 設 α, β, γ 為 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 的三根，試求以 $\frac{1}{\alpha-1}, \frac{1}{\beta-1}, \frac{1}{\gamma-1}$ 為三根之新方程式為何？

18.【答】：(C)(D)(E)

【解】：(A) $f(-1) = -a + b - c + d < 0 \Rightarrow a - b + c - d > 0$

(B) 圖形右下降 $\Rightarrow a < 0$

設三根 $\alpha, \beta, \gamma, \alpha < \beta < \gamma$

由圖可知 $-3 < \alpha < -1, -1 < \beta < 0, \gamma > 5$

(C) 三根之和 $= \frac{-b}{a}$

$$\begin{cases} -3 < \alpha < -1 \\ -1 < \beta < 0 \\ 5 < \gamma \end{cases} \Rightarrow 1 < \alpha + \beta + \gamma \therefore \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow b > 0$$

(D) $d = f(0) > 0$

$\because a < 0, b > 0, d > 0$ 又 $a - b + c - d > 0 \therefore c > 0$

(E) $d = f(0) > 0$

19.【答】： $10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 = 0$

【解】：1° 由根與係數關係可得：
$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -2 \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3 \\ \alpha\beta\gamma = -4 \end{cases}$$

2° 可將多項式改寫為： $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$

令 $x = 1$ 代入左右兩式 $\Rightarrow 10 = (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$

3° 找出新三根之和、兩兩乘積和、三根之積

$$\text{三根之和 } \frac{1}{\alpha - 1} + \frac{1}{\beta - 1} + \frac{1}{\gamma - 1} = -1$$

$$\text{兩兩乘積和 } \frac{1}{(\alpha - 1)(\beta - 1)} + \frac{1}{(\beta - 1)(\gamma - 1)} + \frac{1}{(\gamma - 1)(\alpha - 1)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{三根之積 } \frac{1}{(\alpha - 1)(\beta - 1)(\gamma - 1)} = -\frac{1}{10}$$

$\therefore$ 所求 $\Rightarrow 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 = 0$

【另】：利用連續綜合除法可得：

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = (x - 1)^3 + 5(x - 1)^2 + 10(x - 1) + 10$$

已知 α, β, γ 為 $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ 之三根

$\Rightarrow \alpha - 1, \beta - 1, \gamma - 1$ 為 $x^3 + 5x^2 + 10x + 10 = 0$ 之三根

$\Rightarrow \frac{1}{\alpha - 1}, \frac{1}{\beta - 1}, \frac{1}{\gamma - 1}$ 為 $10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 = 0$ 之三根

20. 設 α, β, γ 為 $x^3 - 2x^2 - 5x + 1 = 0$ 的三根，求下列各小題之值：

(1) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 。

(2) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ 。

(3) $(\alpha^2 - 2\alpha - 6)(\beta^2 - 2\beta - 6)(\gamma^2 - 2\gamma - 6)$ 。

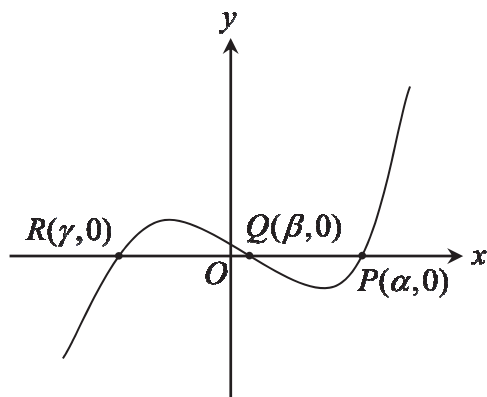
21. 三次函數 $f(x) = x^3 - 7x + t$ ，(其中 t 為實數) 的圖形如右，則下列選擇何者正確？

(A) $t > 0$

(B) 方程式 $f(x) - x^2 = 0$ 恰有三個實根

(C) $\alpha + \beta + \gamma > 0$

(D) $f(\frac{\alpha + 2\gamma}{3}) > 0$



20.【答】：(1)14 (2)35 (3)-3

【解】 $\because \alpha, \beta, \gamma$ 為 $x^3 - 2x^2 - 5x + 1 = 0$ 之三根

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 2 \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -5 \\ \alpha\beta\gamma = -1 \end{cases}$$

$$\text{令 } f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 1 = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 14$$

$$(2) \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = (\alpha + \beta + \gamma)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha) + \alpha\beta\gamma = 35$$

$$(3) (\alpha^2 - 2\alpha - 6)(\beta^2 - 2\beta - 6)(\gamma^2 - 2\gamma - 6)$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta\gamma} (\alpha^3 - 2\alpha^2 - 6\alpha)(\beta^3 - 2\beta^2 - 6\beta)(\gamma^3 - 2\gamma^2 - 6\gamma)$$

$$\text{又 } x^3 - 2x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - 6x = -1 - x$$

$$\text{原式} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} (\alpha^3 - 2\alpha^2 - 6\alpha)(\beta^3 - 2\beta^2 - 6\beta)(\gamma^3 - 2\gamma^2 - 6\gamma)$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta\gamma} (-1 - \alpha)(-1 - \beta)(-1 - \gamma) = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} f(1) = -3$$

21.【答】：(A)(B)(D)

【解】：(A) $f(0) = t > 0$

(B) 繪圖可知 $f(x)$ 與 $y = x^2$ 有 3 交點 $\Rightarrow$ 恰有 3 實根

(C) $\alpha + \beta + \gamma = 0$

(D) $\because \alpha + \beta + \gamma = 0$ 且 $\alpha, \beta > 0, \gamma < 0 \Rightarrow |\gamma| > \alpha$

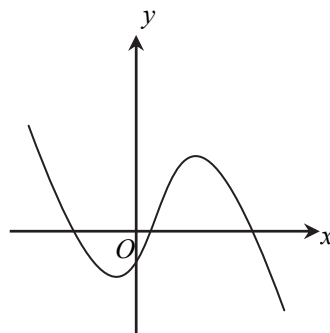
$$\text{又 } \gamma < \frac{\alpha + 2\gamma}{3} < \frac{\alpha + \gamma}{2} < 0$$

且在區間 $(\gamma, 0)$ 間， $y = f(x)$ 之圖形皆位於 x 軸上方

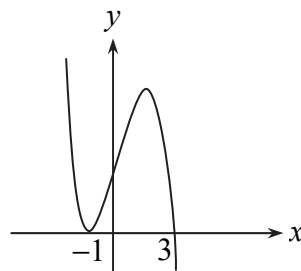
$$\Rightarrow f\left(\frac{\alpha + 2\gamma}{3}\right) > 0$$

22. 右圖是三次函數 $f(x) = px^3 + qx^2 + rx + s$ 的圖形，請問下列選項哪些是正確的？

- (A) $g(x) = rx + s$ 為 $f(x)$ 在 $x = 0$ 附近的一次近似
- (B) $p > 0$
- (C) $q > 0$
- (D) $r > 0$
- (E) $s > 0$



23. 三次函數 $y = f(2x-1)$ 的圖形如右所示，則 $f(x) > 0$ 的解為 _____。



24. 已知 $f(x) = x^4 + (4-k)x^3 + (5-4k)x^2 + (4-4k)x + 4$ ， k 為實數，且 $f(x) \leq 0$ 的解為 $x = -2$ ，則滿足此條件 k 的範圍為 _____。

22.【答】：(A)(C)(D)

【解】：(A) 正確

(B) 右下降 $\Rightarrow p < 0$

(C) 由圖形可知, 三根和 $= \frac{-q}{p} > 0 \Rightarrow q < 0$

(D) 由一次近似 $y = rx + s$ 斜率可知, $r > 0$

(E) $s = f(0) < 0$

23.【答】： $x < 5, x \neq -3$

【解】： $f(2x-1) > 0 \Rightarrow x < 3, x \neq -1$

令 $2x-1=t \Rightarrow x = \frac{t+1}{2}$ 帶入上式得

$$f(t) > 0 \Rightarrow \frac{t+1}{2} < 3, \frac{t+1}{2} \neq -1 \Rightarrow t < 5, t \neq -3$$

$$f(x) > 0 \Rightarrow x < 5, x \neq -3$$

24.【答】： $-2 < k < 2$

【解】： $f(x) \leq 0$ 的解為 $x = -2 \Rightarrow$ 表圖形在 x 軸上方且切 x 軸於 $x = -2$

$$\therefore (x+2)^2 \text{ 為 } f(x) \text{ 的因式} \Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x^2 - kx + 1)$$

$$f(x) \leq 0 \text{ 的解為 } x = -2 \Rightarrow x^2 - kx + 1 > 0 \text{ 恆成立}$$

$$\Rightarrow D = k^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < k < 2$$

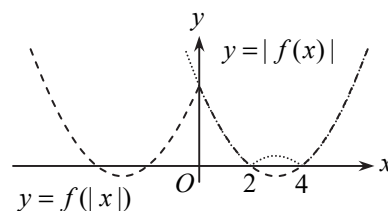
25. 設 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ，則不等式 $f(|x|) \geq |f(x)|$ 的解為_____。

26. 關於三次函數 $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x + 2$ 的圖形下列敘述哪些正確？

- (A) $y = f(x)$ 圖形的最右方是上升的。
- (B) 若 $g(x) = f(x+2)$ ，則將 $y = f(x)$ 的圖形向右平移 2 單位可得 $y = g(x)$ 的圖形。
- (C) 若 $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = ax^3 + px$ 的圖形 (a, p 為實數) 經適當平移後得到，則 $a = -1$ 。
- (D) 若 $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = ax^3 + px$ 的圖形 (a, p 為實數) 經適當平移後得到，則 $p = 3$ 。
- (E) $y = f(x)$ 圖形為點對稱圖形。

25.【答】： $0 \leq x \leq 2$ 或 $x \geq 4$

【解】：令 $f(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ 或 4 。繪圖如右，
虛線為 $y = f(|x|)$ ，圓點線為 $y = |f(x)|$ 。
由圖可知，當 $0 \leq x \leq 2$ 或 $x \geq 4$ 時，
 $f(|x|) \geq |f(x)|$



26.【答】：(C)(E)

【解】：(A) 因為 $a = -1 < 0$ ，所以圖形為右下降

(B) 應該是向左平移2單位

(C)(D)

$y = f(x)$ 對稱中心的 $x = \frac{-3}{3 \cdot (-1)} = 1 \Rightarrow$ 則

$$y = f(x) = -(x-1)^3 + 2(x-1) + 3$$

所以 $y = f(x)$ 可由 $y = -x^3 + 2x$ 平移得到 $\Rightarrow a = -1, p = 2$

(E) 對稱中心為 (1,3)