



直線方程式及其圖形

主題 1 平面直角坐標系



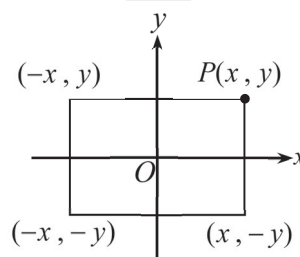
【觀念一】 (1) 二維直角坐標系分為 _____ 部分，即 _____

(2) x, y 軸不屬於任何 _____

(3) $P(x, y)$ 對稱 x 軸：(_____ , _____)

對稱 y 軸：(_____ , _____)

對稱 O 點：(_____ , _____)



(4) $P(x, y)$ 對 x 軸的垂足：(_____ , _____)

對 y 軸的垂足：(_____ , _____)

(5) $P(x, y)$ 到 x 軸的距離 = _____

到 y 軸的距離 = _____

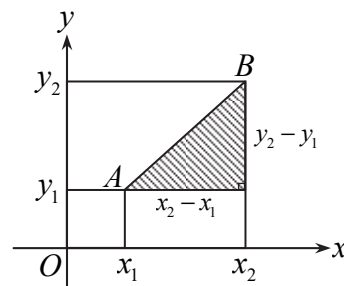
到 O 點的距離 = _____

(6) x 軸方程式： _____ , P 在 x 軸上可設 P (_____ , _____)

y 軸方程式： _____ , P 在 y 軸上可設 P (_____ , _____)

【觀念二】 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, A, B 二點距離 $d(A, B) =$ _____

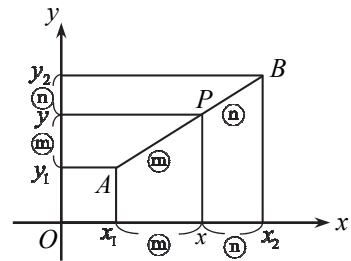
《說明》



【觀念三】內分點公式： $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), P(x, y)$

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n$$

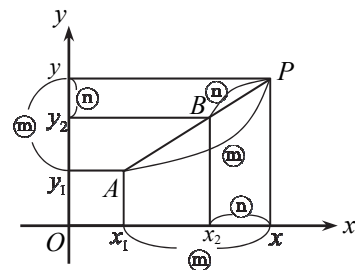
$$P : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



【觀念四】外分點公式： $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), P(x, y)$

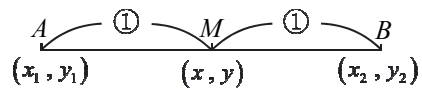
$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \quad (m > n)$$

$$P : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



【觀念五】中點坐標公式：

$$M : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

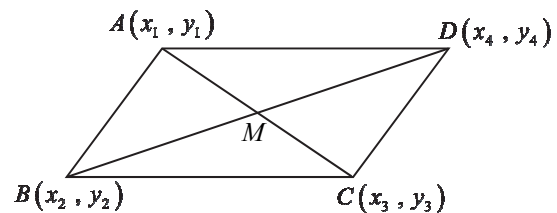


《推廣》(1) $M =$

(2) $B =$

【觀念六】平行四邊形坐標公式

{



例 1. (能力指標：平行四邊形坐標)

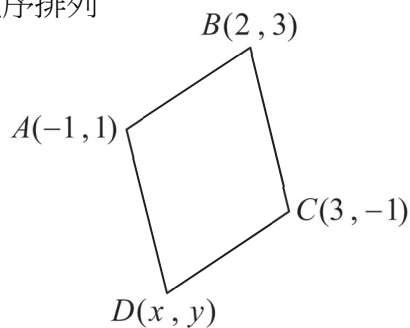
- (1) $A(-1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$, $ABCD$ 為平行四邊形，求 D 的坐標？



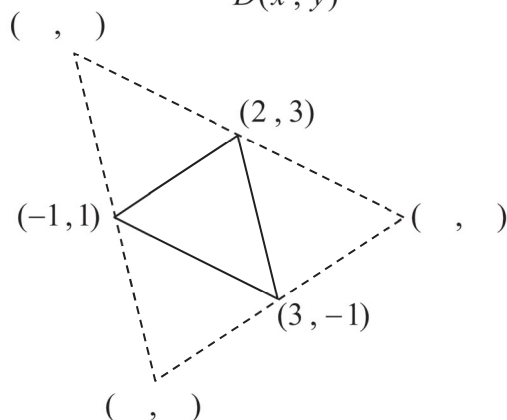
- (2) $(-1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, -1)$ 為平行四邊形三頂點，求第四點的坐標？

解： (1) $ABCD$ 為平行四邊形，其頂點必須按順序排列

{



(2)



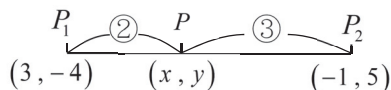
例 2. (能力指標：內外分點公式)

$P_1(3, -4)$, $P_2(-1, 5)$, $P \in \overleftrightarrow{P_1P_2}$ 且 $\overline{P_1P} : \overline{PP_2} = 2 : 3$ ，求 P 的坐標？



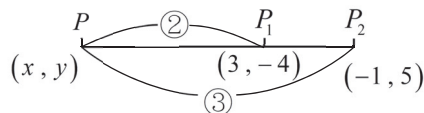
解： (1) 可能 P 為內分點

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



(2) 可能 P 為外分點

$$\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



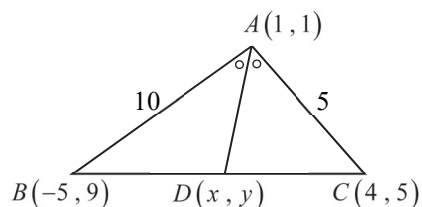
例 3. (能力指標：內外角平分線性質)

$A(1,1)$, $B(-5,9)$, $C(4,5)$, $\angle A$ 的內角平分線與 $\overline{BC}$ 交於 D ,
 $\angle A$ 的外角平分線與 $\overleftrightarrow{BC}$ 交於 E , 求 D, E 的坐標?

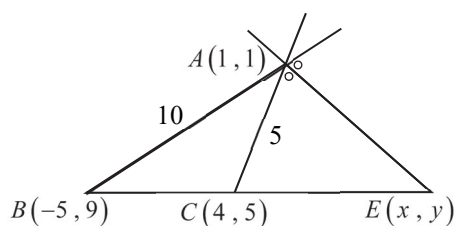


解： 1° $\overline{AB} = \sqrt{36+64} = 10$, $\overline{AC} = \sqrt{9+16} = 5$

$$D: \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



$$2^\circ E: \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$



例 4. (能力指標：點在 x 軸上)

P 在 x 軸上, $A(-1,3)$, $B(2,1)$, P 到 A, B 二點等距,
 求 P 的坐標。



解： 1° P 在 x 軸上, P 可設 $(t, 0)$

2° 利用 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Rightarrow$

例 5. (能力指標：正三角形頂點坐標)

$A(1,1), B(0,3), C(x,y)$ ， C 點落在第 I 象限，且 $\triangle ABC$ 為正三角形，求 C 點的坐標？



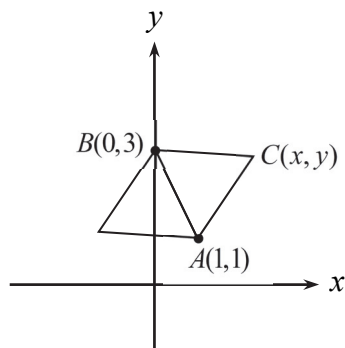
解：
$$\begin{cases} \overline{CB}^2 = \overline{CA}^2 \\ \overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + (y-3)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 \\ x^2 + (y-3)^2 = 1+4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 4y + 7 = 0 \\ x^2 + (y-3)^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4y-7}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = 5 \Rightarrow y = 2 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{取 } y = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 可求出 } x = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$$

$$\therefore C \text{ 坐標為 } \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}, 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

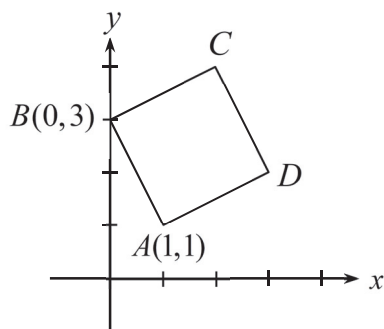


例 6. (能力指標：正方形頂點坐標)

如圖，一正方形 $ABCD$ ，且 $A(1,1), B(0,3)$ ，求 C, D 坐標？



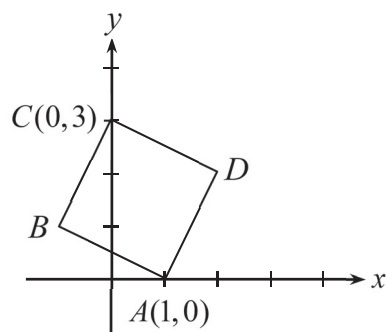
解



例 7. (能力指標：正方形頂點坐標)

如圖，一正方形 $ABCD$ ，且 $A(1,0), C(0,3)$ ，求 B, D 坐標？

解





回家作業



1. $ABCD$ 是一個平行四邊形，已知 $A(2, -1)$, $B(3, 4)$, $C(0, -5)$ ，求 D 點坐標。



2. 兩點 $(x, 3)$ 與 $(2, -1)$ 的距離為 5，則 $x =$ _____。



1. $(-1, -10)$ 2. 5 或 -1



回家作業



3. (94 學測試題)

在坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的四個頂點坐標分別為 $A(0, 1)$, $B(0, 0)$, $C(1, 0)$, $D(1, 1)$ 。設 P 為正方形 $ABCD$ 內部的一點，若 $\triangle PDA$ 與 $\triangle PBC$ 的面積比為 $1:2$ ，且 $\triangle PAB$ 與 $\triangle PCD$ 的面積比為 $2:3$ ，則 P 點的坐標為_____。(化成最簡分數)

4. (96 數乙試題)

平面上坐標皆為整數的點稱為格子點，我們將原點以外的格子點分層，方法如下：若 (a, b) 是原點 $(0, 0)$ 以外的格子點，且 $|a|$ 和 $|b|$ 中最大值為 n ，則稱 (a, b) 是在第 n 層的格子點 (例如 $(3, -4)$ 是在第 4 層； $(8, -8)$ 是在第 8 層)。則在第 15 層的格子點個數為_____。



3. $(\frac{2}{5}, \frac{2}{3})$ 4. 120



回家作業



5. (102 學測試題)

坐標平面中 $A(a, 3), B(16, b), C(19, 12)$ 三點共線。已知 C 不在 A, B 之間，
且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 1$ ，則 $a + b =$ _____。



5. 19