

主題 9 實數範圍與區間



【觀念】實數區間

(1) 開區間 $(a, b) \Rightarrow a < x < b$

(2) 閉區間 $[a, b] \Rightarrow a \leq x \leq b$

(3) 半開區間 $(a, b] \Rightarrow a < x \leq b$

$$[a, b) \Rightarrow a \leq x < b$$

(4) 無限區間 $(a, \infty) \Rightarrow x > a$

$$[a, \infty) \Rightarrow x \geq a$$

$$(-\infty, b) \Rightarrow x < b$$

$$(-\infty, b] \Rightarrow x \leq b$$

$$(-\infty, \infty) \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

例 1. (能力指標：不等式重組)

$|2x-7| \leq 3, |y-1| \leq 2$ ，求下列各範圍？

(1) $3x-2y$ 的範圍

解：原式 $\Rightarrow \begin{cases} -3 \leq 2x-7 \leq 3 \\ -2 \leq y-1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \leq 3x \leq 15 \\ -6 \leq -2y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow$

(2) xy 的範圍

解： $\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow$ 最大，最小值乘積結果可為 $-2, 6, -5, 15$
 $\Rightarrow$



(3) $x^2 + y^2$ 的範圍

解 : $\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4 \leq x^2 \leq 25 \\ 1 \leq y^2 \leq 9 \end{array} \right. \Rightarrow$

(4) $xy + x - y + 1$ 的範圍

解 : 原式 $= (x-1)(y+1) + 2$

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ -1 \leq y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x-1 \leq 4 \\ 0 \leq y+1 \leq 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 最大，最小乘積結果可為 0, 4, 16

$\Rightarrow$

(5) $\frac{y}{x}$ 的範圍

解 :

(6) $\frac{x}{y}$ 的範圍

解 :



回家作業



1. 設 $-2 \leq x \leq 5$, $3 \leq y \leq 8$, 試求下列各式之範圍。

(1) xy

(2) $\frac{x}{y}$



2. x, y 皆為實數，且滿足 $|x-2| \leq 3$ 且 $|y+7| \leq 4$ ，則下列敘述何者正確？
請選出來。

(A) $8 \leq x-y \leq 10$

(B) $11 \leq xy \leq 15$

(C) $\frac{-5}{3} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{3}$

(D) $1 \leq x^2 \leq 25$

(E) $0 \leq y^2 \leq 121$ 。

3. 若 $x > y$, $m > n$ 但 $xy \neq 0$ ，試在以下選出正確的選項：

(A) $x-m > y-n$

(B) $x-n > y-m$

(C) $xm > yn$

(D) $x^2 > y^2$

(E) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ 。



1.(1) $-16 \leq xy \leq 40$ (2) $\frac{-2}{3} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{5}{3}$

2. (C)(E)

3. (B)



回家作業



4. 若 a, b, c, d 皆為實數且 $a > b, c > d$ ，則下列何者正確？

(A) $ac > bd$

(B) $a + c > b + d$

(C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(D) 若 $a^2 < b^2$ ，則 $|a| < |b|$

(E) 若 x 為實數，則 $a + x > b + x$ 。

5. 設 $x, y \in \mathbb{R}$ 且 $-3 \leq x \leq 1, 2 \leq y \leq 8$ ，則 $xy - 3x + 2y + 1$ 之範圍為 _____。



4. (B)(D)(E) 5. $2 \leq xy - 3x + 2y + 1 \leq 22$

數位 延伸閱讀



1. (能力指標：不等式線性重組)

$f(x) = ax + b$, $0 < f(1) < 3$, $1 < f(2) < 2$, 求 $f(3)$ 的範圍？

解：
$$\begin{cases} 0 < f(1) < 3 \\ 1 < f(2) < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < a + b < 3 & (\text{希望乘上 } k) \Rightarrow ka + kb \\ 1 < 2a + b < 2 & (\text{希望乘上 } m) \Rightarrow ma + mb \end{cases}$$

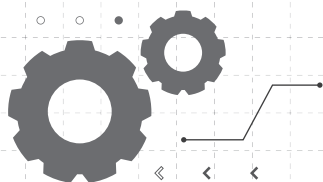
可得 $(k + 2m)a + (k + m)b = 3a + b$

$$\text{令 } \begin{cases} k + 2m = 3 \\ k + m = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \\ m = \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 0 < a + b < 3 \\ 1 < 2a + b < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \end{cases}$$



心得欄



心得欄

