



1. 數列的意義

(1) 意義：

將數值作有序的排列，所形成的序列稱為數列 (Sequence)。

(2) 表示法：

① 數列通常以 $\langle a_n \rangle$ 或 $\{a_n\}$ 表示，其中 a_1 表示數列的第一項，即首項； a_k 表示數列的第 k 項，也稱數列的一般項。

② 可以 或 表示有限項 (8 項) 的數列。

③ 可以 或 表示無窮項的數列。

(3) 通式：

將數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項 a_k 表示成項數 k 的函數，即將項次與數列值寫成一種對應關係的表示法。例如： $a_n = 3n + 2$ ， $a_k = k^2 - k + 2$ 等等。

【說例 1】

若 $\langle a_n \rangle : a_1, a_2, \dots, a_{20}$ ，且 $a_n = 2n^2 + 1$ 。其中首項 = _____；末項 = _____。

【說例 2】

數列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 為 $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$ ，其一般項可表為 $a_n = \text{}$ 。

【說例 3】

數列 $\{b_n\}_{n=1}^5$ 為 $2, 4, 6, 8, 10$ ，其一般項可表為 $b_n = \text{}$ 。

2. 級數的意義

(1) 意義：

若將數列以「加號」聯結，則稱為級數 (Series)。

(2) 表示法：

級數前 n 項和通常以 S_n 表達，即 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$ 。

例如： $S_{26} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{26}$ 。

3. Σ 符號的介紹

(1) 符號：

$\sum_{k=n_0}^n a_k$ 是一種級數通式的寫法。

(2) 意義：

其中 a_k 為數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項， k 為變數，級數為第 n_0 項至第 n 項的加總，即：

$$\sum_{k=n_0}^n a_k = a_{n_0} + a_{n_0+1} + a_{n_0+2} + \cdots + a_{n-1} + a_n ;$$

若 $n_0 = 1$ ，則 $\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = S_n$ 。

【說例 1】

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

【說例 2】

$$b_{14} + b_{15} + \cdots + b_{30} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

【說例 3】

$$c_2 + c_4 + c_6 + \cdots + c_{20} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

例 1

試寫出以下數列的一般項：

$$(1) \langle a_n \rangle : \frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{26}{27}, \frac{80}{81}, \dots$$

$$(2) \langle b_n \rangle : 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots$$

解