

3. 廣域特徵與局部特徵

(1) 廣域特徵：

在一個非常大的範圍內 (例如所有的實數) 去觀察 $y=f(x)$ 圖形的特徵，稱為**廣域特徵**或**大域特徵**。

若 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a \neq 0$)，當 $|x|$ 很大時，；

即三次函數 $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的廣域特徵近似於曲線 $y=ax^3$ 。

(2) 局部特徵：

在一個非常小的範圍內 (例如 $1.01 \leq x \leq 1.02$) 去觀察 $y=f(x)$ 圖形的特徵，稱為**局部特徵**。若我們想知道多項式 $f(x)$ 在 $x=h$ 附近的函數值，但由於函數 $f(x)$ 是次數較高的多項式，而使得要求 $x=h$ 附近的函數值較不便計算，這時我們會用在 $x=h$ 附近的一次近似函數來估計真正的函數值，即 $x=h$ 附近的局部特徵。

(3) 一次近似函數：

① 若將三次函數 $f(x)$ 化為 $x-h$ 的多項式形式：

$$f(x)=a(x-h)^3+b(x-h)^2+c(x-h)+d，$$

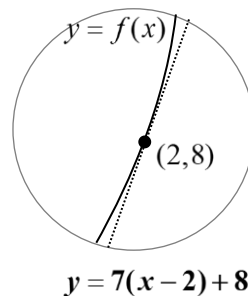
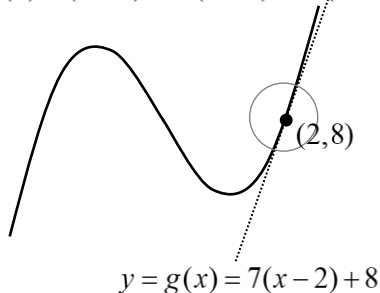
則三次函數 $f(x)$ 在 $x=h$ 附近的一次近似函數為 $g(x)=c(x-h)+d$ 。

② 任何多項式 $f(x)$ 在 $x=h$ 附近的一次近似函數亦即 $f(x)$ 除以 $(x-h)^2$ 的餘式。

③ 在 $x=h$ 附近的 $f(x)$ 函數值，皆可以此一次近似函數來估計。

【說明】

$$y=f(x)=(x-2)^3+5(x-2)^2+7(x-2)+8$$



一次近似函數是圖形 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 的切線 [第五冊多項式函數的微積分]

【說例】

三次函數 $f(x)$ 滿足條件	廣域特徵接近 $2x^3$ ，對稱中心為 $(1,5)$
三次函數 $f(x)$ 假設法	

三次函數 $f(x)$ 滿足條件	對稱中心為 $(-2,7)$ ，平移後與 $y = x^3 - 3x$ 重合
三次函數 $f(x)$ 假設法	

三次函數 $f(x)$ 滿足條件	在 $x=2$ 時的一次近似為 $6x-3$
三次函數 $f(x)$ 假設法	

三次函數 $f(x)$ 滿足條件	對稱中心為 $(2,7)$ ，在 $x=2$ 時的一次近似為 $5x-3$
三次函數 $f(x)$ 假設法	

三次函數 $f(x)$ 滿足條件	廣域特徵接近 $2x^3$ ，對稱中心為 $(1, f(1))$ ，在 $x=1$ 時的一次近似為 $3x+7$
三次函數 $f(x)$ 假設法	