



1. 二次方程式根的處理

(1) 韋達定理：

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 α, β ，則

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}。$$

【說明】

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta) \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha\beta)$$

(2) 代數聯想：

由二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 α, β ，必須要想到：

① 因式分解： $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$

② 根與係數關係： $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

③ 根代入方程式： $\begin{cases} a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \\ a\beta^2 + b\beta + c = 0 \end{cases}$

【說例】

已知二次方程式 $3x^2 - 5x - 4 = 0$ 之兩根為 α, β ，則我們可以聯想

① 因式分解：

② 根與係數關係：

③ 根代入方程式：