

主題 9 一次函數及其圖形

RZVX



1. 函數的定義

(1) 函數的意義：

令 x, y 為兩變數，當給定 x 的值時， y 的值就被唯一確定。則此對應關係即稱「 y 為 x 之函數」。

(2) 函數的符號：

通常將「 y 為 x 之函數」記為 $y = f(x)$ 。

2. 常數函數

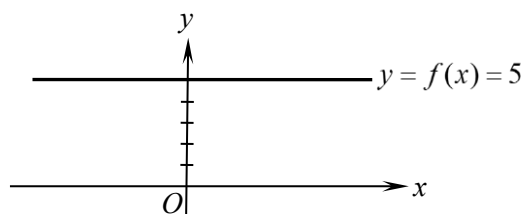
(1) 定義：

若 $f(x) = c$ ，其中 c 為常數。則稱 $f(x)$ 為常數函數。

(2) 圖形表現：

若 $f(x) = c$ ，其中 c 為實數。則 $y = f(x)$

在 xy 平面上的圖形是水平線。

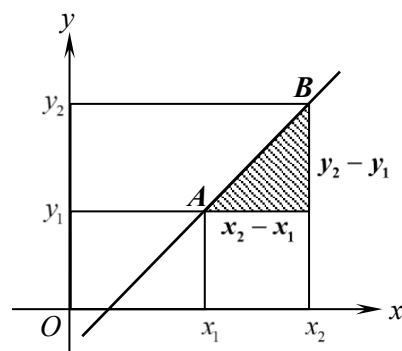


3. 直線的斜率

(1) 斜率的定義：

平面上兩點 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 間的斜率 m 被定義為鉛直變化量 Δy 與水平變化量 Δx 之比值，即：

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}。$$



(2) 直線的分類：

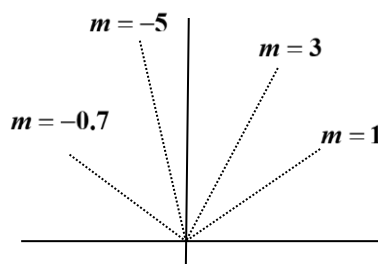
平面上的直線斜率有四種情形：

- ① 若直線右上升，則斜率 $m > 0$ 。
- ② 若直線右下降，則斜率 $m < 0$ 。
- ③ 水平線斜率 $m = 0$ 。
- ④ 鉛直線斜率 不存在。

(3) 斜率與直線的傾斜程度：

假設直線的斜率為 m ，則

「直線越陡 $\Leftrightarrow |m|$ 越大」。



4. 一次函數

(1) 截距的定義：

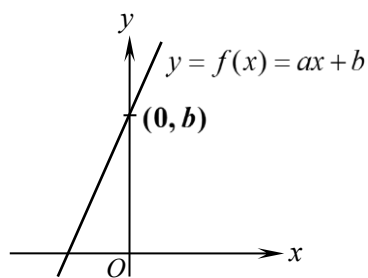
圖形與 x 軸交點之 x 坐標稱為 **x 截距**；圖形與 y 軸交點之 y 坐標稱為 **y 截距**。

(2) 斜截式：

$y = ax + b$ 在 xy 平面上的圖形為一直線，且其中 a 為直線的斜率， b 為 y 截距。

(3) 一次函數即直線斜截式：

若 $f(x) = ax + b$ ，其中 $a \neq 0$ 。則稱 $f(x)$ 為一次函數。 $y = f(x)$ 在 xy 平面上的圖形是斜直線。



【說明】

設 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 為直線 $y = ax + b$ 上的相異兩點，

則 $\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b \end{cases}$ ，將兩式相減可得 $y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$ ，

即 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (a 為直線的斜率)。

