

型二**給定已知函數值求新函數值****例 3**

已知 $f(x)$ 為二次多項式 $f(x)$ 且 $f(1) = 4$, $f(2) = 5$, $f(3) = 8$, 求 $f(4)$ 之值。

解 【法一】牛頓插值法

【法二】差分理論 [注意使用條件]

例 4

若三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(97)=1$, $f(98)=2$, $f(99)=4$, $f(100)=11$, 試求 $f(101)$ 之值。

解 【法一】差分理論 [注意使用條件]

【法二】牛頓插值法

1° 可設 $f(x) =$

$$2^{\circ} \quad \begin{cases} f(98) = c + 1 = 2 \\ f(99) = 2b + 2c + 1 = 4 \\ f(100) = 6a + 6b + 3c + 1 = 11 \end{cases} \Rightarrow (a, b, c) = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1\right)$$

$$3^{\circ} \quad \text{故 } f(x) = \frac{2}{3}(x-97)(x-98)(x-99) + \frac{1}{2}(x-97)(x-98) + (x-97) + 1$$

$$4^{\circ} \quad f(101) = \frac{2}{3}(4)(3)(2) + \frac{1}{2}(4)(3) + (4) + 1 = 27$$