

主題 6 因式定理

UBLY



1. 因式與根

(1) 多項式的因式：

若 $g(x)$ 為 $f(x)$ 的因式，則 $k \cdot g(x)$ 亦為 $f(x)$ 的因式，其中 k 為任意非 0 係數。

【說明】

$$f(x) = (x+1) \cdot Q(x) =$$

(2) 因式與根：

設 $f(x)$ 為多項式且 $f(x)=0$ 為多項式方程式。

$$px-q \text{ 為 } f(x) \text{ 的一次因式} \Leftrightarrow \frac{q}{p} \text{ 為 } f(x)=0 \text{ 的一個根。}$$

【說明】

多項式 $f(x) = (x-2)(x^2+1)$ 有因式 $x-2$ ，方程式 $f(x)=0$ 有根 $x=2$ 。

2. 因式的處理

(1) 因式處理方法：

因式處理的方法不外乎：由餘式定理求函數值或直接使用綜合除法、長除法。

(2) 一次因式：

$$(ax-b) \mid f(x) \Leftrightarrow f\left(\frac{b}{a}\right) = 0$$

【說例】

若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 為 $x-1$ 及 $x-2$ 之公倍式，試求 a, b 之值。

$$\begin{cases} (x-1) \mid (x^3 + ax^2 + bx + 4) \\ (x-2) \mid (x^3 + ax^2 + bx + 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+5=0 \\ 4a+2b+12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \end{cases}$$

(3) 因式易分解：

例如 $(x^2 + 2x - 3) \mid f(x)$ ，即 $(x+3)(x-1) \mid f(x)$ ，則 $\left\{ \begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array} \right.$ 。

(4) 因式不易分解：

若 $(ax^2 + bx + c) \mid f(x)$ ，則使用長除法得餘式，再令餘式為 0 求解。