

例 3

已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 圖形的對稱中心在 $x = 2$ 處，廣域看此圖形會很接近 $y = 2x^3$ 的圖形，而局部看函數在 $x = 1$ 附近的圖形卻近似於直線 $y = -2x + 3$ ，求 $f(x)$ 。

解

1° 圖形 $y = f(x)$ 的廣域特徵接近 $y = 2x^3$ ，故 $a = 2$

又 $f(x)$ 在 $x = 1$ 附近的圖形近似於直線 $y = -2x + 3$ ，

故可設 $f(x) =$

▣ [台中女中]

設三次函數 $f(x)$ 的對稱中心為 $(2, -9)$ ，且 $f(x)$ 在 $x = 0$ 附近的一次近似為 $22x - 21$ ，則 $f(3) =$ _____。

答：-27

▣ [北一女中]

已知 $f(x)$ 為首項係數為 1 的三次函數，對任意實數 t ， $f(4+t) + f(2-t) = 6$ 恆成立，且在 $y = f(x)$ 在 $(2, f(2))$ 附近的一次近似函數為 $y = 5x + k$ ，則 $k =$ _____。

答：-10

例 4

已知三次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $f(1-x) = -f(3+x)$ ，又 $y = f(x)$ 在 xy 平面上過 $P(1, -8)$, $Q(4, 34)$ 兩點，求多項式函數 $f(x)$ 。

解

例 5

已知 $f(x)$ 為三次多項式函數且 $xf(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似函數為 $5x+3$ ，試求 $f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似函數。

解

▣ [武陵高中]

已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 在 $x = -2$ 附近的一次近似為 $y = -2x - 7$ ，則 $y = (x+2) \times f(x)$ 圖形在 $x = -2$ 附近的一次近似為何？

答： $y = -3x - 6$

例 6

已知三次函數圖形 $y = f(x) = kx^3 - 6x^2 + 24kx + 1$ 為遞增函數圖形，試求 k 的範圍。

解