

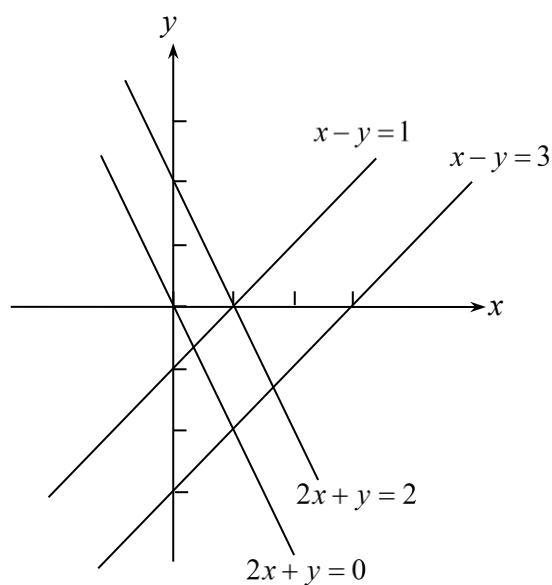
型四 區域面積問題

例 10

已知 $\begin{cases} 1 \leq x - y \leq 3 \\ 0 \leq 2x + y \leq 2 \end{cases}$ ，試回答下列問題：

- (1) 在 xy 平面上作 (x, y) 圖形。
- (2) 求 (x, y) 面積。

解



QBDB



▣ [北一女中]

聯立不等式 $\begin{cases} 0 \leq 2x - y \leq 8 \\ 0 \leq 2x + y \leq 8 \end{cases}$ 所圍的四邊形區域被直線 $L: y = m(x - 4) + 4$ 等分它的面積，則

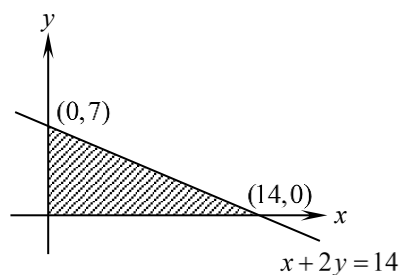
$m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：2

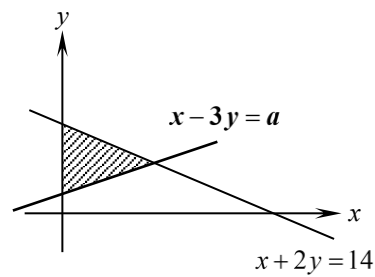
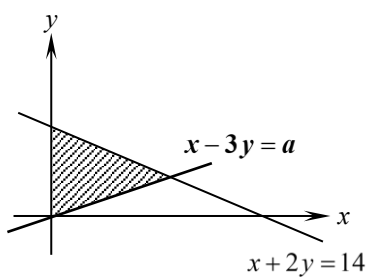
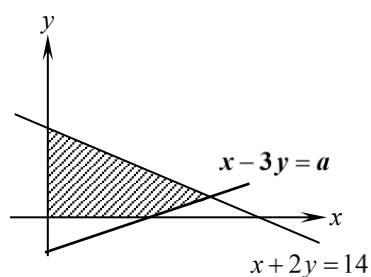
設 a 為一實數，已知在第一象限滿足聯立不等式 $\begin{cases} x-3y \leq a \\ x+2y \leq 14 \end{cases}$ 的所有點所形成之區域面積為 $\frac{213}{5}$ 平方單位，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解 1° $x+2y \leq 14$ 在第一象限所圍面積為

$$\frac{1}{2} \times 14 \times 7 = 49$$

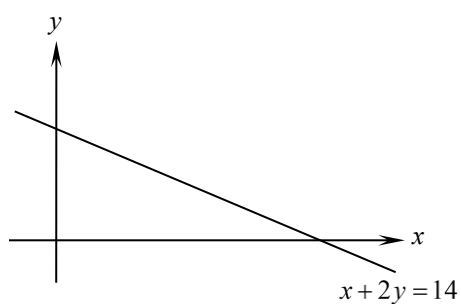


2° 聯立不等式形成的點集合有三種可能性：



但由面積 $\frac{213}{5} = 42.6$ 之大小可判定是第一種圖形

3°



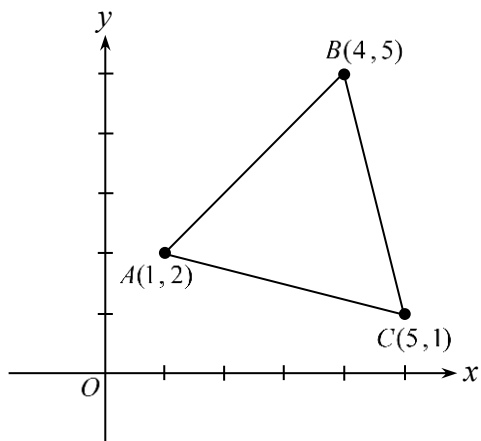
型五 格子點問題

例 12

平面上有三點 $A(1, 2)$, $B(4, 5)$, $C(5, 1)$ ，試回答下列問題：

- (1) 試以聯立不等式組表示 $\triangle ABC$ 內部 (含邊界)。
- (2) 若 $P(k, 3k-2)$ 是 $\triangle ABC$ 內部 (含邊界) 一點，求 k 範圍。
- (3) 求 $\triangle ABC$ 內部 (含邊界) 的格子點數。

解 (1)

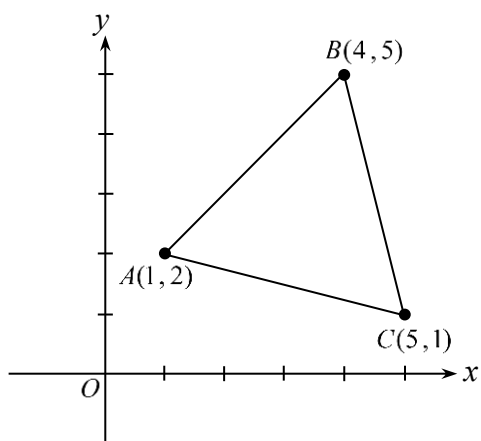


BQJN



(2)

(3)



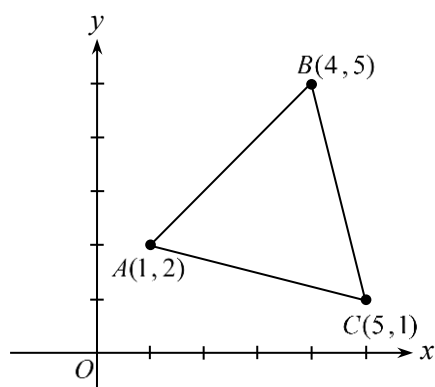
型六 目標函數值問題

例 13

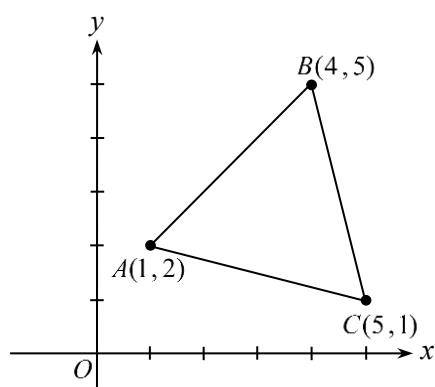
已知 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ 4x + y - 21 \leq 0 \\ x + 4y - 9 \geq 0 \end{cases}$ ，試回答下列問題：

- (1) 求 $x + y$ 之最大值與最小值。
- (2) 求 $\frac{y}{x}$ 之最大值與最小值。
- (3) 求 $x^2 + y^2 - 4x + 4$ 之最大值與最小值。

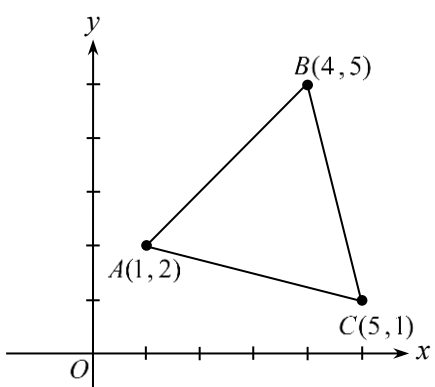
解 (1)



(2)



(3)



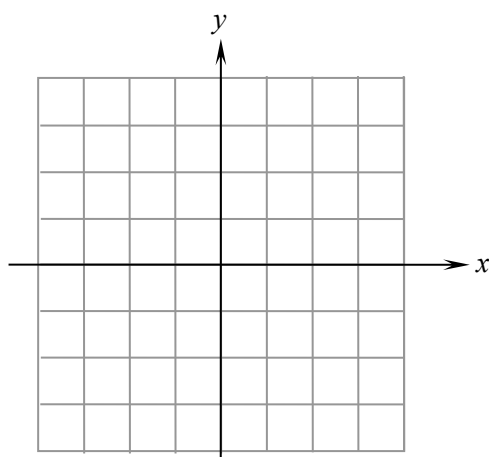
型七 菱形作圖區域判定

例 14

試將不等式 $(|x|+|y|-1)(|x|+|y|-2)(|x|+|y|-3) \leq 0$ 在 xy 平面上作圖。

解

$$\begin{aligned} & (|x|+|y|-1)(|x|+|y|-2)(|x|+|y|-3) \leq 0 \\ \Rightarrow & \left(\frac{|x|}{1} + \frac{|y|}{1} - 1\right) \left(\frac{|x|}{2} + \frac{|y|}{2} - 1\right) \left(\frac{|x|}{3} + \frac{|y|}{3} - 1\right) \leq 0 \end{aligned}$$

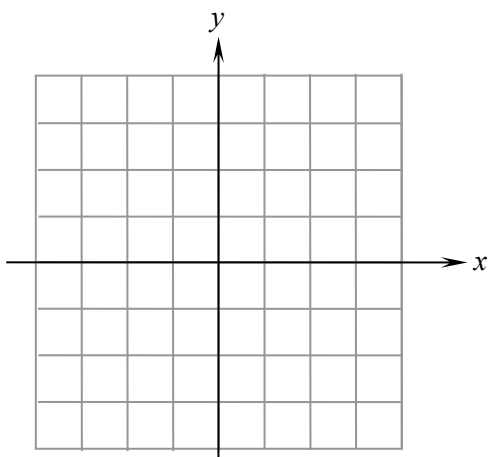


例 15

在直角坐標平面上，不等式 $(|x|+2|y|-1)(3|x|+|y|-1) \leq 0$ 圖形的面積為_____。

解

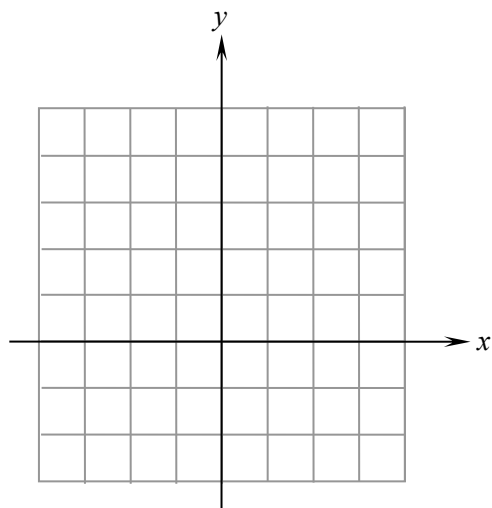
$$(|x|+2|y|-1)(3|x|+|y|-1) \leq 0$$



例 16

若直線 $y = mx + 5$ 與不等式 $|x| + |y| = 3$ 的圖形有交點，則實數 m 的範圍為_____。

解



▣ 【台中女中】

不等式組 $\begin{cases} 2|x| + |y| \leq 8 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$ 所圍成的區域內（含邊界）有_____個格子點。

答：64