

(2) 兩平行線的距離公式：

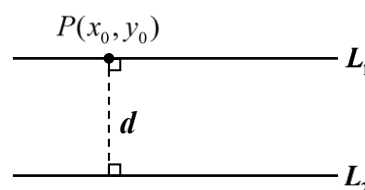
平面上兩平行直線 $L_1: ax+by+c_1=0$ 和 $L_2: ax+by+c_2=0$ 的距離為

$$d(L_1, L_2) = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}。$$

【說明】

1° 在 L_1 上取一點 $P(x_0, y_0)$ ，滿足 $ax_0 + by_0 + c_1 = 0 \Rightarrow ax_0 + by_0 = -c_1$

$$\begin{aligned} 2^\circ \quad d(L_1, L_2) &= d(P, L_2) = \frac{|ax_0 + by_0 + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &= \frac{|(ax_0 + by_0) + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(-c_1) + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &= \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$



【說例】

平面上 $L_1: x+2y+6=0$ 和 $L_2: x+2y-4=0$ 的距離為 $d(L_1, L_2) =$ _____。

3. 平面上兩線的交角平分線 [自行參考]

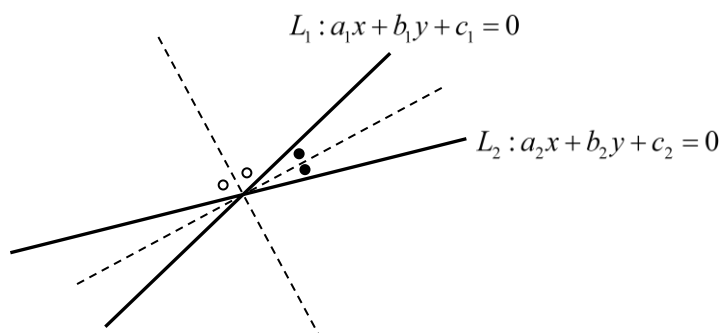
(1) 交角平分線：

$L_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ 與 $L_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ 為平面上兩非平行或重合之直線。

L_1 與 L_2 之交角平分線為
$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}。$$

【證明】

交角平分線上任一點 $P(x, y)$ 至 $L_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ 之距離 $d(P, L_1)$ ，與 $P(x, y)$ 至 $L_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ 之距離 $d(P, L_2)$ 相等。



$$\begin{aligned} \text{即 } d(P, L_1) = d(P, L_2) &\Rightarrow \frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \\ &\Rightarrow \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \end{aligned}$$

(2) 如何判斷銳角與鈍角平分線：

⇒ 法一 直接觀察圖形 (銳角與鈍角明顯時)

直接在圖形中判斷所求角平分線。

⇒ 法二 由距離判斷 (銳角與鈍角不明顯時)

若 L_3 與 L_4 為 L_1 、 L_2 之交角平分線，在 L_1 或 L_2 上任取一點 P (非 L_1 及 L_2 交點)。

若 $d(P, L_3) > d(P, L_4)$ ，則 L_3 為鈍角平分線， L_4 為銳角平分線。

