

已知直線 $L: mx + y + 3 = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 2y = 8$ 交於 P 、 Q 兩點且 $\overline{PQ} = 2\sqrt{5}$ ，則 m^2 為_____。

解

▣ [北一女中]

兩直線 $3x + 4y = 1$ 與 $3x + 4y = 11$ 與圓所截弦長皆為 $2\sqrt{15}$ ，則圓面積為_____。

答： 16π

▣ [台中二中]

已知圓 $C: x^2 + y^2 + 2x + k = 0$ 與直線 $15x - 8y - 2 = 0$ 交於 A 、 B 兩相異點且 $\overline{AB} = 4$ ，則實數 k 的值為_____。

答： -4

▣ [台中一中]

圓 C 的圓心為 $(-1, 3)$ ，直線 $x - 2y = 3$ 為圓 C 的切線。若直線 $3x + 4y = 4$ 和圓 C 交於 P 、 Q 兩點，則 $\overline{PQ} =$ _____。

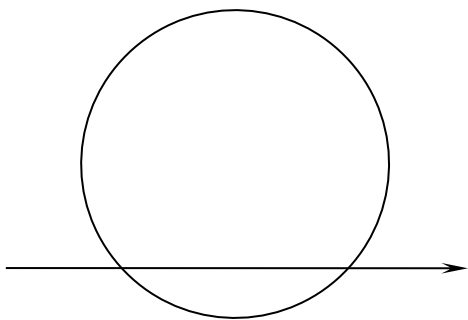
答： $\sqrt{76}$

例 3

挑戰題

已知圓 C 通過 $A(1,2)$, $B(3,4)$ 且與 x 軸所截弦長為 6，求圓 C 的圓心。

解



▣ [建國中學]

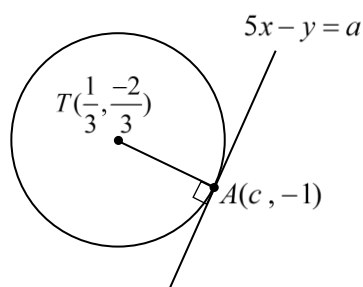
設 m 為實數。若圓 $x^2 + y^2 + 4x - 7y + 10 = 0$ 與直線 $y = m(x + 3)$ 在坐標平面上的兩個交點位於不同的象限，而滿足此條件的 m 的最大範圍為_____。

答： $\frac{2}{3} < m < \frac{5}{3}$

例 4

已知直線 $L: 5x - y = a$ 與圓 $\Omega: 3x^2 + 3y^2 - 2x + 4y + b = 0$ 相切，切點為 $A(c, -1)$ ，求 a, b, c 之值。

解 1° 圓 $\Omega: x^2 + y^2 - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y + \frac{b}{3} = 0 \Rightarrow$ 圓心 $T(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3})$



▣ [台中女中]

若直線 $L: 2x - ty = s$ 切圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 6y + k = 0$ 於 $(3, t)$ ，則數序 $(k, s, t) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：(11, 2, 2)

例 5

若方程式 $S: 2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y + k = 0$ 在 xy 平面上可以表示一個圓，且這個圓與 x 軸相切，求 k 值。

解

▣ [明道中學]

若有一圓通過 $O(0,0)$, $A(3,0)$, $B(0,5)$ 三點，且過 O 點的切線方程式為 $y = mx$ ，則 m 之值為_____。

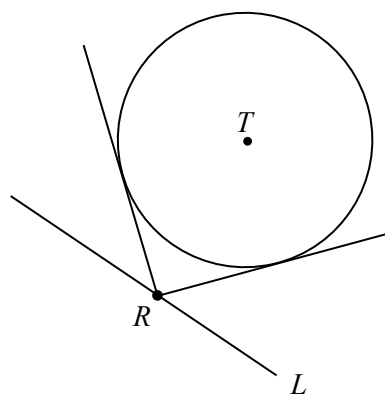
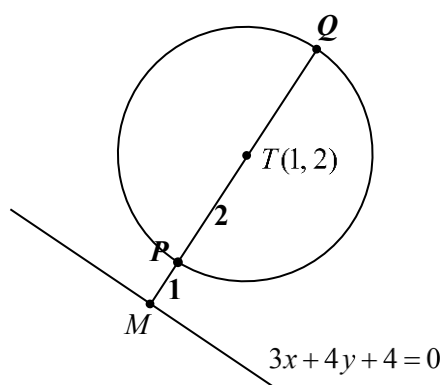
答： $\frac{-3}{5}$

例 6

平面上有直線 $L: 3x + 4y + 4 = 0$ ，圓 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ ，已知圓心為 T ，試回答下列問題：

- (1) 求圓 C 到 L 最近距離及圓上離直線 L 最近之點 P 。
- (2) 求圓 C 到 L 最遠距離及圓上離直線 L 最遠之點 Q 。
- (3) 由直線 L 上一動點 R 對圓 C 做兩條切線，切點為 A, B 。求 $\overline{RT} \times \overline{AB}$ 的最小值。

解



▣ [台中二中]

已知圓 $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 與直線 $L: 12x + 5y + 10 = 0$ ，設圓 C 上到 L 距離最遠的點為 P ，則 P 點的坐標為_____。

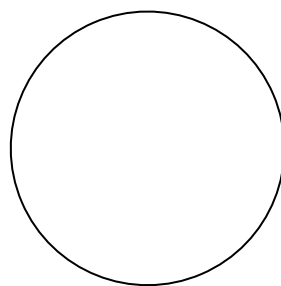
答： $(\frac{50}{13}, \frac{23}{13})$

例 7

設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 為坐標平面上的圓，又 $L: 3x + 4y - 5 = 0$ 為坐標平面上的直線，試回答下列問題：

- (1) 若 P 為 Γ 上的點，求 P 與 L 的最遠垂直距離。
- (2) Γ 上與 L 距離為 2 的點共有幾個？

解



▣ [武陵高中]

已知平面上兩圓 $C_1: x^2 + y^2 = 18$ ， $C_2: (x-7)^2 + (y-7)^2 = 32$ ，求兩圓上共有_____個點到直線 $L: x - y + 4 = 0$ 的距離為 $2\sqrt{2}$ 。

答：4

▣ [台南女中]

已知兩平行線 $y = 7x + m$ 與 $y = 7x + n$ 將圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的圓周四等分，其中 $m > n$ ，求實數 $m =$ _____。

答：19