

例 4

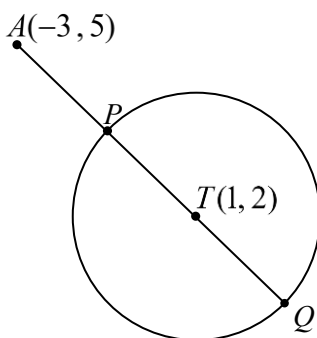
已知為 x, y 實數且 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ ，求 $x^2 + y^2 + 6x - 10y$ 之最大值與最小值。

解 1° $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

2° 令 $k = x^2 + y^2 + 6x - 10y \Rightarrow k = (x+3)^2 + (y-5)^2 - 34$

將 k 視為 $[d((x, y), (-3, 5))]^2 - 34$

其中令 $A(-3, 5)$ ，且 (x, y) 為圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 上的動點



3° 如上圖可推得 $\max k = \overline{AQ}^2 - 34 =$

$$\min k = \overline{AP}^2 - 34 =$$

▣ [挑戰題]

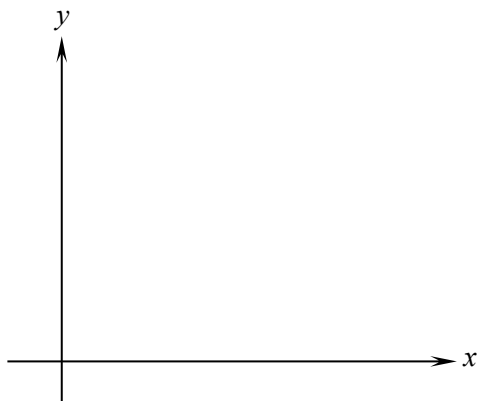
已知 a, b, c, d 皆為實數，且 $a^2 + b^2 = 1$, $(c-3)^2 + (d-4)^2 = 1$ ，求 $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 的最大值。

答：7

例 5

坐標平面上的圓 $C: (x-7)^2 + (y-8)^2 = 9$ 上有 _____ 個點與原點的距離正好是整數。

解



HPQW



▣ [興大附中]

$P(a, b)$ 為圓 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 3$ 上的點，則使 $a^2 + b^2$ 為整數的點 P 有幾個？

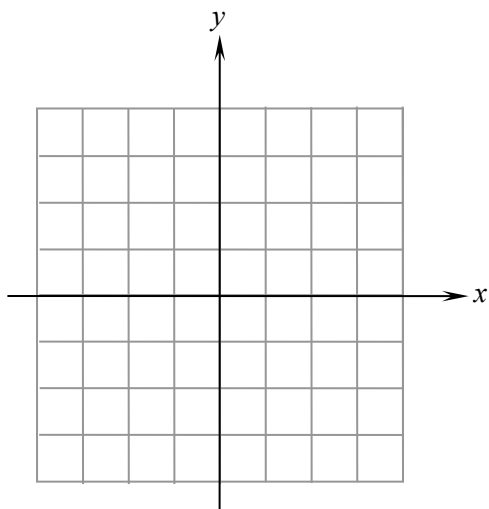
- (1) 4 (2) 8 (3) 35 (4) 50 (5) 70 。

答：(5)

例 6

作以下圖形： $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$ ，並求所圍成之區域面積。

解



YBQY

