

例 2. (能力指標：係數應用)

$(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+\cdots+10x^9)^4$ 展開式中，求 x^4 係數？

解：本題只求到 x^4 ，所以原多項式中 x^5 ， x^6 以上的項皆可省略
只考慮 $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^4$

(1) (2)

$$\begin{array}{r} \\ \times) \\ \hline \end{array}$$



例 3. (能力指標：連乘係數)

$$(x+1)(x+2)\cdots(x+10) = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \cdots + a_1x + a_0,$$

求 (1) a_{10} (2) a_0 (3) a_9 (4) a_8 。

解：首先先尋找連乘積展開的規則

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + (ab)$$

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + (abc)$$

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = \underline{\hspace{1cm}} x^4 + \underline{\hspace{1cm}} x^3 + \underline{\hspace{1cm}} x^2 + \underline{\hspace{1cm}} x + \underline{\hspace{1cm}}$$

(1) $a_{10} =$

(2) $a_0 =$

(3) $a_9 =$

(4) $a_8 =$



例 4. (能力指標：次數運算)

$\deg f(x) = 4$, $\deg g(x) = 3$, 求下列各題之次數？

(1) $\deg [f(x) + g(x)] = 4$

(2) $\deg [f(x) - g(x)] = 4$

(3) $\deg [f(x) \cdot g(x)] = 7$

(4) $\deg [f(g(x))] = 12$

LGQL



例 5. (能力指標：多項式相等)

設 $\deg f(x) = 2$, 已知 $(1 - 4x)\{f(x) + x(f(x))^2\} = 1 + x^3 g(x)$,

求 $f(x) = ?$

MIKQ



解： 1° 令 $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\Rightarrow (1 - 4x)\{(ax^2 + bx + c) + x(ax^2 + bx + c)^2\} = 1 + x^3 g(x)$$

2° 兩邊比較 x^0 , x^1 , x^2 的係數

$$\Rightarrow \begin{cases} x^0 : c = 1 \\ x^1 : -4c + b + c^2 = 0 \\ x^2 : -4b + a - 4c^2 + 2bc = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{故 } f(x) = 10x^2 + 3x + 1$$