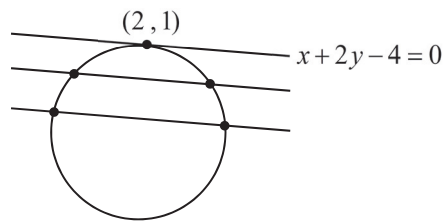


【觀念四】切點、切線圓假設法 $\Rightarrow$

《說明》(1) 切點圓： $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$

(2) 切線： $x+2y-4=0$

(3) 圓假設法 $\Rightarrow$



1. (能力指標：圓系)

通過 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ 與 $x - y - 2 = 0$ 之交點且半徑為 3，
求圓方程式？



解： 1° 令圓為： $(x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4) + k(x - y - 2) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 + (k-4)x - (k+6)y + (4-2k) = 0$

2° $r = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow 3 = \frac{\sqrt{(k-4)^2 + (k+6)^2 - 4(4-2k)}}{2}$

$\Rightarrow k^2 + 6k = 0 \Rightarrow k = 0$ 或 $k = -6$

3° 取 $k = 0$ 代入 圓為： $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$

4° 取 $k = -6$ 代入 圓為： $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$

2. (能力指標：圓系)

通過 $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ 與 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ 之交點且圓心在 $2x + 4y = 1$ 上，求圓方程式？



解： 1° 令圓為： $(x^2 + y^2 - 4x + 2y) + k(x^2 + y^2 - 2y - 4) = 0$ ，計算較為複雜

2° 另一種設法：先求兩圓交點連線： $x - y - 1 = 0$

令圓為 $(x^2 + y^2 - 4x + 2y) + k(x - y - 1) = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + (k - 4)x + (2 - k)y - k = 0$$

3° 圓心 $(\frac{4-k}{2}, \frac{k-2}{2})$ 代入 $2x + 4y = 1$

$$\therefore 2(\frac{4-k}{2}) + 4(\frac{k-2}{2}) = 1 \Rightarrow k = 1$$

$\therefore$ 圓方程式為 $x^2 + y^2 - 3x + y - 1 = 0$

3. (能力指標：圓系)

求通過 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ 與直線 $2x - y + 4 = 0$ 之交點且切 y 軸之圓方程式？



解： 1° 令圓為 $(x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1) + k(2x - y + 4) = 0$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + (2+2k)x - (4+k)y + (1+4k) = 0$$

2° 令 $x = 0$ ，代入得 $y^2 - (4+k)y + (1+4k) = 0$

3° $\because$ 相切 $\therefore$ 等根 $\Delta = 0$

$$\therefore (4+k)^2 - 4(1+4k) = 0 \Rightarrow k = 6 \text{ 或 } k = 2$$

4° 取 $k = 6$ 代入： $x^2 + y^2 + 14x - 10y + 25 = 0$

5° 取 $k = 2$ 代入： $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$