

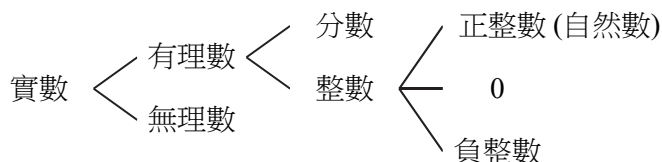
主題 4 實數

KBQS



【觀念一】何謂實數

有理數集與無理數集的聯集為實數集，以 _____ 表示。



【觀念二】實數的運算性質

- (1) 結合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ ， $(ab)c=a(bc)$
- (2) 交換律： $a+b=b+a$ ， $ab=ba$
- (3) 分配律： $a(b+c)=ab+ac$
- (4) 消去律：若 $a+c=b+c$ ，則 $a=b$
若 $ac=bc$ 則 $a=b$ ($c \neq 0$)

【觀念三】實數的次序性質

- (1) 三一律： $a < b$ ， $a = b$ ， $a > b$ 三者中恰一式成立
- (2) 遞移律：若 $a < b$ ， $b < c$ ，則 $a < c$
- (3) 加法律：若 $a < b$ ，則 $a+c < b+c$
- (4) 乘法律：若 $a < b$ 且 $c > 0$ ，則 $ac < bc$
若 $a < b$ 且 $c < 0$ ，則 $ac > bc$

【觀念四】實數性質

- (1) 若 $a \in \mathbb{R}$ ，則 $a^2 \geq 0$
- (2) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ ，則 $a^2 + b^2 \geq 0$
- (3) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ ， $a^2 + b^2 = 0$ 則 $a = b = 0$
- (4) 若 $a, b \in \mathbb{R}$ ， $a^2 + b^2 \leq 0$ 則知 $a^2 + b^2 = 0$ ，則 $a = b = 0$

【觀念五】實數的封閉性

實數對加法、減法、乘法、除法（分母 $\neq 0$ ），其結果仍為實數，
這個性質稱為實數對於加、減、乘、除法具有**封閉性**。

【觀念六】實數的稠密性：_____

《說明》 $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ ，取 $x = \frac{a+b}{2}$

(1) $x \in \mathbb{R}$

(2) $a - x = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2} < 0 \Rightarrow a < x$

(3) $x - b = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2} < 0 \Rightarrow x < b$

由(2)(3)知 $a < x < b$

例 1. (能力指標：實數性質)

$x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$ ，求 x, y ？

解：原式 $\Rightarrow$



例 2. (能力指標：實數性質)

$$x, y, z \in \mathbb{R}, x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x - 8y + 6z + 12 = 0, \text{ 求 } x, y, z ?$$

解：原式 $\Rightarrow$





回家作業



EHBY



1. 試問下列各敘述何者為假？

- (1) 兩無理數的和與積都是無理數
- (2) 有理數與無理數的和與積都是無理數
- (3) 兩實數的和與差都是有理數時，這兩數也必定是有理數
- (4) 兩實數的和與積都是有理數時，這兩數也必定是有理數。

2. 試問下列各敘述何者為真？

- (1) $\sqrt{2}$ 與 $\sqrt{3}$ 之間有無窮多個有理數
- (2) 2 與 3 之間有無窮多個無理數
- (3) 若 a 為一實數，且 a^3 與 a^5 都是有理數，則 a^{100} 是有理數
- (4) 若 a 為一實數，且 a^4 與 a^6 都是有理數，則 a 是有理數
- (5) 已知 a, b 皆為有理數且 x, y 皆為無理數，若 $a + x = b + y$ ，則 $a = b$ 且 $x = y$

3. 設 a, b, c, d 均為整數，若 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 3 \leq 2a + 2b + 2c + 2d$ ，求四數積 $abcd$ 之值。

簡 答

1. (1)(2)(4) 2. (1)(2)(3) 3. 0 或 1 或 2



回家作業



4. 已知 x, y, z, u 皆為實數且 $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + 1 = x + y + z + u$ ，求 x, y, z, u 之值。

5. 已知 x, y 皆為有理數且 a, b 皆為無理數，試問下列各敘述哪些為真？

- (1) $\frac{a+x}{3}$ 為無理數 (2) $\frac{a}{x} + \frac{b}{y}$ 為無理數 (3) $|a| + |b|$ 為無理數
(4) ax 為無理數 (5) 若 $x + ya = 2 + 3a$ ，則 $x = 2, y = 3$ 。



4. $x = y = z = u = \frac{1}{2}$

5. (1)(5)



回家作業



6. 下列各敘述哪些為真？請選出來：

- (1) 若 a 是質數，則 $\sqrt{a}$ 是無理數
- (2) 若 a, b 皆為無理數，則 $a+b, a-b$ 之中至少有一個無理數
- (3) 若 $a-b$ 為有理數且 ab 為無理數，則 $a+b$ 為有理數
- (4) 若 $a+b, b+c, c+a$ 為有理數，則 a, b, c 皆為有理數
- (5) 存在 a, b 為無理數，使得 ab 為無理數且 $\frac{a}{b}$ 為有理數。



6. (1)(2)(4)(5)

數位 延伸閱讀



1. (能力指標：二元配方法)

$x, y \in \mathbb{R}$, $5x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 2y + 2 = 0$, 求 x, y ?

解：觀察 x^2, y^2 係數， y^2 係數為 1，對 y 配方比較方便

$$\text{原式} \Rightarrow y^2 + (2 - 4x)y + (5x^2 - 6x + 2) = 0$$

$\Rightarrow$

MWXT



2. (能力指標：封閉性)

$S = \{1, 0, -1\}$ ，問 S 對：

(1) 加法 (2) 乘法 是否具有封閉性？

解：

QEAS



數位[📶]延伸閱讀回家作業



1. 設 x, y 皆為整數，且 $x^2 - 2xy + 2y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$ ，求 $y - x$ 的最大值。



簡答

1. 3

2025^年
[單一年度]

陳立教育

唯有陳立絕不混榜亂真 ★ 只有最好才能成就更好

姓名	就讀高中	錄取校系	姓名	就讀高中	錄取校系	姓名	就讀高中	錄取校系
朱○辰	建國中學	臺大 醫學系	徐○彤	復旦高中	臺大 化學工程學系	許○鈞	成功高中	臺大 動物科學技術學系
吳○璫	延平中學	臺大 電機工程學系	許 ○	政大附中	臺大 化學系	鄭○嘉	中山女中	臺大 外國語文學系
吳○諭	台南一中	臺大 電機工程學系	林○萱	北一女中	臺大 化學系	蘇○帆	松山高中	臺大 外國語文學系
林○羽	建國中學	臺大 電機工程學系	劉○滢	中山女中	臺大 化學系	陳○允	北一女中	臺大 中國文學系
李 ○	建國中學	臺大 電機工程學系	薛○豪	板橋高中	臺大 化學系	鄭 ○	曉明女中	臺大 中國文學系
錢○澤	建國中學	臺大 法律學系	戴○文	建國中學	臺大 機械工程學系	林○緯	松山高中	臺大 日本語文學系
彭○榆	台中女中	臺大 法律學系	詹○宇	建國中學	臺大 機械工程學系	汪○瑜	中山女中	臺大 人類學系
謝○臻	中山女中	臺大 法律學系	陳○廷	衛道中學	臺大 物理學系	江○穎	板橋高中	臺大 政治學系
吳○靜	中山女中	臺大 法律學系	李○婕	北一女中	臺大 工商管理學系	塗○茵	中山女中	臺大 哲學系
廖○程	海山高中	臺大 法律學系	林○珊	北一女中	臺大 公共衛生學系	張○榆	中壢高中	臺大 哲學系
陳○新	師大附中	臺大 財務金融學系	劉○凱	內湖高中	臺大 生化科技學系	徐○喬	市立大同	臺大 歷史學系
吳○諾	北一女中	臺大 財務金融學系	劉○睿	南山高中	臺大 生化科技學系	朱○昱	板橋高中	臺大 歷史學系
申○任	建國中學	臺大 財務金融學系	李○紘	松山高中	臺大 生命科學系	薛○潔	民德國中	臺大 歷史學系
陳○昂	建國中學	臺大 財務金融學系	丁 ○	建國中學	臺大 生物產業傳播暨發展	蔡○芯	北一女中	臺大 心理學系
陳○臻	板橋高中	臺大 財務金融學系	馬○安	政大附中	臺大 生物產業傳播暨發展	鍾○閱	師大附中	臺大 數學系
陳○煒	衛道中學	臺大 財務金融學系	陳○瑜	中山女中	臺大 生物產業傳播暨發展	鄭○佑	台中二中	臺大 數學系
張○宜	建興國中	臺大 財務金融學系	洪○盈	中山女中	臺大 生物產業傳播暨發展	曾○升	台中一中	臺大 數學系
林○霆	成功高中	臺大 國際企業學系	邵○恩	市立大同	臺大 生物產業傳播暨發展	蔡○宸	市立大同	臺大 園藝暨景觀學系
游○翔	海山高中	臺大 國際企業學系	傅○愛	成淵高中	臺大 生物產業傳播暨發展	楊○侑	松山高中	臺大 園藝暨景觀學系
黃○珪	薇閣高中	臺大 國際企業學系	岑○融	建國中學	臺大 生物機電工程學系	劉○圓	北一女中	臺大 會計學系
蔡○恩	建國中學	臺大 國際企業學系	許○豪	和平高中	臺大 生物環境系統工程	張○勻	北一女中	臺大 會計學系
劉○豪	台中一中	臺大 國際企業學系	蔡○宇	建國中學	臺大 生物環境系統工程	陳○安	市立大同	臺大 會計學系
黃○躍	建國中學	臺大 資訊工程學系	謝○騏	建國中學	臺大 地理環境資源學系	李○晴	師大附中	臺大 會計學系
黃○綸	成功高中	臺大 資訊工程學系	劉○洋	建國中學	臺大 地質科學系	陳○瑄	北一女中	臺大 會計學系
祝○棣	建國中學	臺大 資訊工程學系	黃○熊	松山高中	臺大 地質科學系	盧○君	北一女中	臺大 會計學系
莊○儒	北一女中	臺大 電子工程學系	徐○鈞	台南一中	臺大 地質科學系	郭○倫	師大附中	臺大 經濟學系
楊○彬	師大附中	臺大 土木工程學系	洪○鈞	台南一中	臺大 工程科學及海洋工程	王○澤	師大附中	臺大 經濟學系
鍾○珪	中山女高	臺大 土木工程學系	蔡○緯	建國中學	臺大 材料科學與工程學系	張○誌	建國中學	臺大 經濟學系
邱○榆	中壢高中	臺大 土木工程學系	魏○恩	南山高中	臺大 材料科學與工程學系	陳○瑋	成功高中	臺大 經濟學系
賴○澄	建國中學	臺大 化學工程學系	侯○憲	建國中學	臺大 昆蟲學系	楊○暉	台中一中	臺大 經濟學系
林○翰	建國中學	臺大 化學工程學系	李○億	台中二中	臺大 昆蟲學系	賴○安	建國中學	臺大 資訊管理學系

陳立既出 誰與爭鋒 ★ 各類榜首 盡在陳立

頂尖大學風雲榜

臺大、清大、陽交大、成大、政大 ★ Part 1

姓名	就讀高中	錄取校系	姓名	就讀高中	錄取校系	姓名	就讀高中	錄取校系
陳○祐	建國中學	臺大 資訊管理學系	吳○呈	建國中學	清大 原子科學院	李○瑩	台南女中	清大 藝術學院
陳○安	百齡高中	臺大 資訊管理學系	蕭○家	中壢高中	清大 材料科學工程學系	蔡○蓁	華盛頓中學	清大 藝術學院
張○豐	恆毅中學	臺大 農業經濟學系	游○宸	成功高中	清大 材料科學工程學系	林○佑	台中一中	清大 旭日招生丙組
黃○嘉	海山高中	臺大 農業經濟學系	劉○均	私立復興	清大 資訊工程學系	陳○芹	北一女中	陽交大 牙醫學系
林○宣	建國中學	臺大 農藝學系	許○佑	板橋高中	清大 生命科學系	任○佑	興大附中	陽交大 中醫學系
魏○叡	海山高中	臺大 農藝學系	王○真	台南女中	清大 生命科學系	蔡○陽	建國中學	陽交大 電機工程學系
鄭○呈	師大附中	臺大 森林環境暨資源	張○洋	武陵高中	清大 生醫工程與環境科學	李○澄	南山高中	陽交大 電機工程學系
黃○綸	政大附中	臺大 植物病理與微生物	莊○勛	建國中學	清大 生醫工程與環境科學	潘○寧	建國中學	陽交大 電機工程學系
陳○融	北一女中	臺大 植物病理與微生物	謝○宇	華江高中	清大 生醫工程與環境科學	葉○恩	建國中學	陽交大 資訊工程學系
江○音	海山高中	臺大 圖書資訊學系	黃○翰	師大附中	清大 數學系	董○辰	建國中學	陽交大 資訊工程學系
古○廷	建國中學	臺大 醫學工程學系	陳○宏	板橋高中	清大 經濟學系	莊○銓	新民高中	陽交大 資訊工程學系
楊○語	中山女高	臺大 醫學檢驗暨生物技術	段○宸	海山高中	清大 經濟學系	梁○益	武陵高中	陽交大 資訊工程學系
莊○縝	台中女中	臺大 醫學檢驗暨生物技術	林○媛	忠明高中	清大 經濟學系	陳○羽	台南女中	陽交大 資訊工程學系
魏○渲	北一女中	臺大 醫學檢驗暨生物技術	田○裕	北一女中	清大 經濟學系	郭○佑	成功高中	陽交大 機械工程學系
王○寧	東山中學	臺大 獸醫學系	丁○昕	北一女中	清大 經濟學系	葉○邦	成功高中	陽交大 機械工程學系
王○文	建國中學	臺大 獸醫學系	劉○旺	市立大同	清大 計量財務金融學系	林○丞	成功高中	陽交大 機械工程學系
王○廉	建國中學	臺大 藥學系	許○叡	北一女中	清大 中國文學系	關○嫻	裕德中學	陽交大 機械工程學系
鄭○媛	北一女中	臺大 藥學系	包○瑄	中和高中	清大 中國文學系	黃○郡	建國中學	陽交大 機械工程學系
楊○宇	南山中學	臺大 藥學系	詹○婷	華僑高中	清大 中國文學系	李○宥	中壢高中	陽交大 機械工程學系
田○鉉	台南一中	臺大 護理學系	趙○靜	聖心女中	清大 英語教學系	洪○泰	後甲國中	陽交大 機械工程學系
黃○瑜	台中一中	清大 電機工程學系	李○嫻	師大附中	清大 教育心理與諮商	林○程	後甲國中	陽交大 機械工程學系
林 ○	成功高中	清大 電機資訊學院	陳○棋	中壢高中	清大 教育心理與諮商	卓○辰	平鎮高中	陽交大 電子物理學系
陳○叡	興國國中	清大 電機資訊學院	林○成	北大高中	清大 教育與學習科技	李○澤	成功高中	陽交大 電子物理學系
鄭○安	中山女中	清大 工業工程與工程管理	吳○諱	板橋高中	清大 教育與學習科技	歐○騫	台南一中	陽交大 半導體工程學系
施○信	民德國中	清大 工學院	何○萱	政大附中	清大 教育與學習科技	林○美	南科實中	陽交大 土木工程學系
賴○廷	南山高中	清大 化學工程學系	曾○瑀	中壢高中	清大 教育與學習科技	李○澤	後甲國中	陽交大 材料科學與工程
陳○睿	復興國中	清大 化學工程學系	方○文	中和高中	清大 幼兒教育學系	張○馨	松山高中	陽交大 工業工程與管理
孫○好	新竹女中	清大 化學系	鄭○妍	北一女中	清大 人文社會學院	張○恩	平鎮高中	陽交大 工業工程與管理
蔡○宇	台南一中	清大 化學系	陳○璟	北大高中	清大 人文社會學院	 因為有你 陳立才能更好！		
王○維	南山高中	清大 化學系	林○穎	北一女中	清大 人文社會學院			
何○璿	中山女高	清大 化學系	莊○榛	政大附中	清大 藝術學院			

全國最大 ★ 最專業的連鎖 K12 教育集團